ELETRICIDADE

Centro Estadual de Educação Profissional de Curitiba

CURITIBA

11-01-2013

1 Unidade 1 – FUNDAMENTOS DE ELETRICIDADE 1
1.1 CARGA ELÉTRICA 1
1.2 ESTRUTURA DA MATÉRIA 1
1.3 CAMPO ELETROSTÁTICO 4
1.4 DIFERENÇA DE POTENCIAL 4
1.5 CORRENTE 4
1.6 SENTIDO DA CORRENTE 5
1.7 RESISTÊNCIA 5
1.8 RESISTIVIDADE 6
1.9 LEI DE OHM 6
1.10 FONTES DE FORÇA ELETROMOTRIZ 8
1.11 FORMA DE ONDA DA CORRENTE CONTÍNUA 8
1.12 FORMA DE ONDA DA CORRENTE ALTERNADA 9
1.13 TRABALHO 9
1.14 POTÊNCIA ELÉTRICA 10
1.15 ENERGIA ELÉTRICA 10
2 Unidade 2 - CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA 12
2.1 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA - SÉRIE 12
2.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA - PARALELO 14
2.3 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE COTÍNUA – MISTO 16
2.4 INSTRUMENTOS PARA MEDIDAS DE TENSÃO, DE CORRENTE E DE POTÊNCIA 20
2.5 LEIS DE KIRCHHOFF 36
2.6 TEOREMAS DE THÉVENIN E DE NORTON 42
2.6.1 TEOREMA DE THÉVENIN 42
2.6.2 FONTE DE CORRENTE 42
2.6.3 TEOREMA DE NORTON 42
3 Unidade 3 - CAPACITORES 50
3.1 CAMPO ELÉTRICO 50
3.2 CAPACITOR 50
3.3 CAPACITÂNCIA 51
3.4 CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS 53
3.5 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES LIGADOS EM PARALELO 54
3.6 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES LIGADOS EM SÉRIE 54
4 Unidade 4 - MAGNETISMO E ELETROMAGNETISMO 56
4.1 CAMPO MAGNÉTICO 56
4.2 LEI DE AMPÈRE 57
4.3 CAMPO MAGNÉTICO EM UM SOLENÓIDE 58
4.4 CORRENTE INDUZIDA 58
4.5 FLUXO MAGNÉTICO OU FLUXO DE INDUÇÃO MAGNÉTICA (Φ) 59
4.6 LEI DE FARADAY 59
4.7 LEI DE LENZ 60
5 Unidade 5 - INDUTÂNCIA 61
5.1 ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES EM SÉRIE 61
5.2 ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES EM PARALELO 61
6 Unidade 6 - GERADOR ELEMENTAR 63
6.1 FUNCIONAMENTO DO GERADOR ELEMENTAR 63
7 Unidade 7 - CORRENTE ALTERNADA 69
7.1 ONDA SENOIDAL 69

7.2 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS RESISTIVOS.. 72
7.3 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS CAPACITIVOS73
7.4 REATÂNCIA CAPACITIVA (X_C) 74
7.5 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS INDUTIVOS... 75
7.6 REATÂNCIA INDUTIVA (X_L) 75
7.7 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA – CARGAS RESISTIVAS 76
7.8 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/CAPACITIVAS 77
7.9 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS CAPACITIVOS 77
7.10 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/INDUTIVAS 79
7.11 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS INDUTIVOS 79
7.12 IMPEDÂNCIA (Z) 81
8 Unidade 8 - FASORES E NÚMEROS COMPLEXOS APLICADOS A CORRENTE ALTERNADA 82
8.1 FASORES CORRENTE E TENSÃO SENOIDAIS 82
8.2 IMPEDÂNCIA COMPLEXA 82
8.3 POTÊNCIA COMPLEXA 83
9 CIRCUITOS EM CORRENTE ALTERNADA 84
9.1 CIRCUITO SÉRIE – CORRENTE ALTERNADA 84
9.2 CIRCUITO PARALELO – CORRENTE ALTERNADA 84
9.3 EXEMPLO DE CIRCUITO SÉRIE – CORRENTE ALTERNADA 85
9.4 EXEMPLO DE CIRCUITO PARALELO – CORRENTE ALTERNADA 89
9.5 EXEMPLO DE CIRCUITO MISTO – CORRENTE ALTERNADA 97
10 Unidade 10 - SISTEMA TRIFÁSICO 103
10.1 LIGAÇÃO ESTRELA E TRIÂNGULO 104
10.2 FORMA DE ONDA DE TENSÃO E CORRENTE DE UM SISTEMA TRIFÁSICO 105
10.3 TENSÃO DE LINHA E TENSÃO DE FASE 105
10.4 RELAÇÃO ENTRE TENSÃO DE LINHA E TENSÃO DE FASE 106
10.5 SEQÜÊNCIA DE FASES 107
10.6 CARGAS EQUILIBRADAS 109
10.7 POTÊNCIA TRIFÁSICA – CARGAS EQUILIBRADAS 109
10.8 CARGAS EQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA 110
10.9 CARGAS EQUILIBRADAS – LIGADAS EM TRIÂNGULO 113
11. ROTEIROS DE EXPERIÊNCIAS 117
11.1 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” SÉRIE 117
11.2 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” PARALELO 119
11.3 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” PARALELO 121
11.4 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” MISTO 123
11.5 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO ESTRELA – CARGA EQUILIBRADA 125
11.6 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO ESTRELA – CARGA DESEQUILIBRADA 127
11.7 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO TRIÂNGULO – CARGA EQUILIBRADA 129
11.8 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO TRIÂNGULO – CARGA DESEQUILIBRADA 131
12 ANEXOS 133
12.1 FASORES E NÚMEROS COMPLEXOS 133

12.1.1 FASOR 133
12.1.2 SISTEMA DE NÚMEROS COMPLEXOS 134
12.1.3 PLANO COMPLEXO 134
12.1.4 FORMA RETANGULAR E POLAR 135
12.1.5 FORMA RETANGULAR 135
12.1.6 FORMA POLAR 136
12.1.7 CONVERSÃO DE RETANGULAR PARA POLAR E DE POLAR PARA RETANGULAR. 136
12.1.8 SOMA E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS 141
12.1.9 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS 142
12.1.10 DIVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS 143
12.2 REATÂNCIA CAPACITIVA (X_C) – DEMONSTRAÇÃO DA FORMULA 145
12.3 REATÂNCIA INDUTIVA (X_L) – DEMONSTRAÇÃO DA FORMULA 147
12.4 POTÊNCIA MÉDIA EM CORRENTE ALTERNADA – CARGAS RESISTIVAS 149
12.5 POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E APARENTE EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/CAPACITIVAS 151
12.6 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS CAPACITIVOS 151
12.7 POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E APARENTE EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/INDUTIVAS 155
12.8 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS INDUTIVOS 155
12.9 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA COM NEUTRO CONECTADO 161
12.10 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM TRIÂNGULO 165
12.11 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA – SEM NEUTRO CONECTADO – SEM ATERRAMENTO 168
REFERÊNCIAS 176

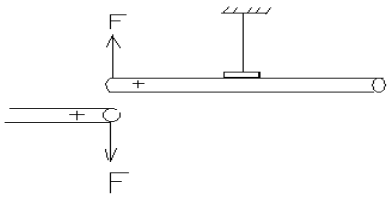
1 Unidade 1 – FUNDAMENTOS DE ELETRICIDADE

1.1 CARGA ELÉTRICA

Para demonstrar a existência de cargas elétricas pode-se proceder das seguintes formas:

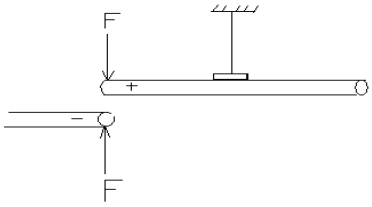
1º CASO

Pendurar um bastão de vidro com fio de seda e esfregá-lo com um pedaço de seda.
Esfregar um segundo bastão de vidro com um pedaço de seda.
Aproximando-se os dois bastões eles se repelirão.



2º CASO

Pendurar um bastão de vidro com fio de seda e esfregá-lo com um pedaço de seda.
Esfregar um segundo bastão de ebonite em pele de animal.
Aproximando-se os dois bastões eles se atrairão.



Benjamin Franklin (1707 – 1790), físico norte-americano, chamou de positiva a eletricidade que aparece no vidro e de negativa a do bastão de ebonite.

A matéria no seu estado normal, contém quantidades iguais de cargas elétricas positivas e negativas.

Ao serem esfregados o bastão de vidro e o pedaço de seda, certa quantidade de cargas elétricas serão transferidas entre eles, passando o vidro a ter mais cargas positivas e a seda mais cargas negativas.

Não há como criar eletricidade, toda a vez que um corpo é carregado com carga elétrica negativa o outro corpo é carregado com carga elétrica positiva.

No entanto, se um bastão metálico for esfregado na pele de animal não se observará o aparecimento de cargas elétricas, isto ocorre porque os metais, o corpo humano e a terra são condutores de eletricidade, porém, o vidro, o ebonite, os plásticos são isolantes.

1.2 ESTRUTURA DA MATÉRIA

ÁTOMO

As características elétricas dos materiais estão associadas a sua estrutura organizacional básica determinada pelos átomos.

De forma simplificada pode-se representar o átomo sendo formado por um núcleo e uma região externa chamada de eletrosfera.

NÚCLEO

No núcleo estão localizados os nêutrons e os prótons. Os nêutrons não possuem carga elétrica e os prótons possuem carga elétrica positiva.

ELETROSFERA

Na eletrofera localizada ao redor do núcleo estão os elétrons, estes possuem carga elétrica negativa.

Para manter o equilíbrio elétrico do átomo o número de elétrons é igual o número de prótons.

A eletrosfera é composta por níveis energéticos (camadas). A quantidade destes níveis energéticos (camadas) depende do número de elétrons que o átomo possui.

Os níveis energéticos (camadas) são representados pelas letras K, L, M, N, O, P, Q, sendo a camada K a mais próxima do núcleo e a Q a mais afastada. As camadas podem, também, ser representadas por um número chamado de número quântico principal, designado pela letra “n”.

A seguir os níveis energéticos (camadas) associados a seus respectivos números quânticos principais:

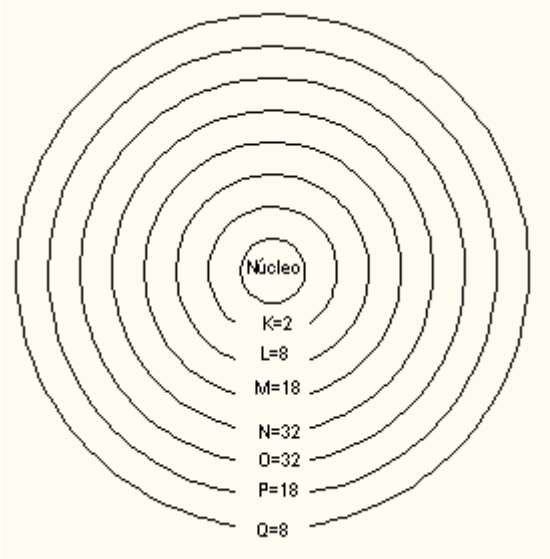
K, n=1; L, n=2; M, n=3; N, n=4; O, n=5; P, n=6; Q, n=7.

A cada nível energético (camada) pode haver um número máximo prático de elétrons, conforme tabela a seguir:

Camadas	Número quântico principal (n)	Número máximo de elétrons
K	1	2
L	2	8
M	3	18
N	4	32
O	5	32
P	6	18
Q	7	8

Embora o número máximo de elétrons não possa ser ultrapassado, podem existir menos elétrons que o máximo.

De forma esquemática e simplista pode-se representar o átomo, através de círculos concêntricos, com os níveis energéticos (camadas) na eletrosfera e o núcleo no meio dos círculos. No entanto, este é apenas uma representação simbólica de um sistema mais complexo e que, na realidade, é tridimensional.



A tabela a seguir mostra alguns átomos eletricamente nêutrons e a distribuição dos elétrons em seus respectivos níveis energéticos (camadas).

Elemento químico	Nº. elétrons	K	L	M	N	O	P	Q
Cobre	29	2	8	18	1			
Prata	47	2	8	18	18	1		
Germânio	32	2	8	18	4			
Silício	14	2	8	4				
Alumínio	13	2	8	3				

É interessante observar que os átomos metálicos, bons condutores de eletricidade, na sua maioria, possuem de um a três elétrons na última camada, como é o caso do cobre, prata e alumínio. O germânio e o silício são considerados semi-metais e são utilizados para fabricação de semi-condutores.

O modelo atômico associado a evidências práticas, considera ainda, a existência de subníveis energéticos (subcamadas), designados pelas letras s, p, d, f, associados a seus respectivos números quânticos secundários (ℓ)

Cada subnível energético (subcamada) pode conter um número máximo de elétrons, nunca superior, ao apresentado na tabela a seguir:

Subnível de energia	Número quântico secundário (ℓ)	Número máximo de elétrons
s	0	2
p	1	6
d	2	10
f	3	14

A seguir a representação de alguns átomos, de acordo com o diagrama de Linus Pauling, considerando os subníveis energéticos.

Elemento químico	**Nº. elétrons**	**K**	**L**		**M**			**N**				**O**			
		s	**s**	**p**	**s**	**p**	**d**	**s**	**p**	**d**	**f**	**s**	**p**	**d**	**f**
Cobre	29	2	2	6	2	6	10	1							
Prata	47	2	2	6	2	6	10	2	6	10	0	1			
Germânio	32	2	2	6	2	6	10	2	2						
Silício	14	2	2	6	2	2									
Alumínio	13	2	2	6	2	1									
Ferro	26	2	2	6	2	6	6	2							

Os metais (bons condutores de eletricidade) possuem os elétrons da última camada fracamente ligados aos seus átomos constituintes, por isso, são facilmente deslocados dos mesmos. Nos metais os portadores de carga são os elétrons livres.

Os elétrons da última camada dos átomos que constituem um metal transitam livremente em todo o volume do mesmo.

Os isolantes, em geral, são compostos por combinações de átomos de elementos químicos diferentes, como no caso do vidro, do PVC, etc.

Os isolantes tem os elétrons da última camada associados a ligações interatômicas, por isto, não apresentam maior grau de liberdade para transitarem em toda a estrutura atômica do material.

MOLÉCULA

É uma unidade estrutural da matéria composta por mais de um átomo. A molécula pode ser composta por átomos diferentes, como por exemplo, a água que é constituída por dois átomos de hidrogênio e um de oxigênio (H_2O). A molécula pode também ser composta pelo mesmo átomo, como no caso da molécula de hidrogênio, composta por dois átomos de hidrogênio (H_2).

UNIDADE DE CARGA ELÉTRICA

A carga elétrica fundamental foi medida pela primeira vez em 1909 pelo físico norte americano R. A. Milikan.

No SI (Sistema Internacional), o valor numérico é:

$e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

Como a quantidade de elétrons envolvida é muito grande, foi criada uma grandeza chamada unidade de carga (q), o coulomb.

Para determinar a quantidade de elétrons que possui um coulomb, pode-se fazer:

1 elétron = $1,6 \times 10^{-19}$C

X = 1C

X = {(1C) x (1 elétron)} ÷ {$1,6 \times 10^{-19}$} X = $6,25 \times 10^{18}$ elétrons

1C = $6,25 \times 10^{18}$ elétrons

A quantidade de carga elétrica que um corpo contém é determinada pela diferença entre o número de prótons e o número de elétrons deste corpo.

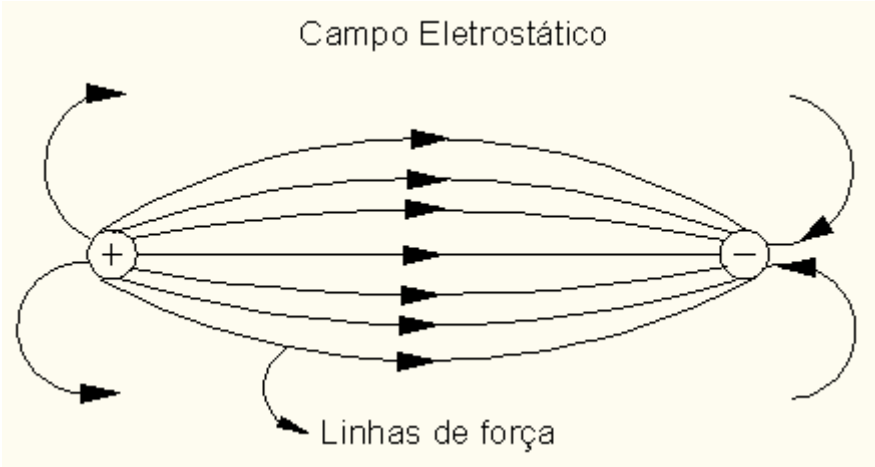
A carga de um coulomb negativo (–q) significa que o corpo contém $6,25 \times 10^{18}$ mais elétrons do que prótons.

Exercícios propostos

1) As partes fundamentais do átomo são: _____e _____.
2) O núcleo do átomo é composto por: _____ e _____.
3) O elétron possui carga _____, o próton _____e o neutro _____.
4) Com relação ao número de elétrons, o que caracteriza um bom condutor de eletricidade?
5) Um corpo carregado negativamente tem excesso de _____.
6) Descrever as diferenças entre condutores e isolantes.
7) Quantos elétrons possuem 3C (coulomb)?
8) Descreva a diferença entre átomo e molécula?

1.3 CAMPO ELETROSTÁTICO

A carga elétrica exerce força. Se dois corpos de polaridades opostas forem colocados próximos, o campo eletrostático se concentra entre eles. Este campo é representado por linhas de força. Se um elétron for abandonado dentro de um campo, este elétron será repelido pela carga negativa e atraído pela carga positiva. Assim, as duas cargas tenderão a deslocar o elétron na direção das linhas de força entre os dois corpos.



1.4 DIFERENÇA DE POTENCIAL

O trabalho realizado pelo deslocamento do elétron (carga elétrica), dentro de um campo eletrostático, devido à força de atração ou de repulsão é chamado de potencial elétrico. Quando as cargas elétricas possuírem sinais opostos, haverá uma diferença de potencial entre elas. A unidade desta diferença de potencial é o volt, cujo símbolo é (V). A diferença de potencial é chamada também de tensão.

A definição de trabalho é:
Trabalho = (Força)x(Deslocamento)
O trabalho elétrico realizado para deslocar os elétrons é:
W = (V)x(q)
Sendo: W=trabalho elétrico, em jules (J); V=diferença de potencial ou tensão, em volts (V); q=carga elétrica, em coulombs (C)

1.5 CORRENTE

O movimento ou o fluxo de elétrons é chamado de corrente elétrica. Para que haja movimento de elétrons estes devem estar submetidos a uma diferença de potencial (tensão). A corrente é representada pela letra I, cuja unidade é o ampère, representado pelo símbolo (A).

Um ampère é definido como o deslocamento de um coulomb através de um condutor durante um intervalo de tempo de um segundo.

A definição da corrente pode ser expressa por:
I = (q) ÷ (t)
Onde: I = corrente, em ampères (A); q = carga elétrica, em coulombs (C); t = tempo, em segundos (s).
q = (I) x (t)

Exercício
Quantos elétrons passaram pela resistência de um chuveiro elétrico que ficou ligado durante 10 minutos, sendo percorrido por uma corrente de 40 A.
10min x 60seg = 600seg
q = 600 x 40 = 24000C
Nº elétrons= 24000 x 6,25 x 10^{18} elétrons
Nº elétrons = 15 x 10^{22} elétrons

1.6 SENTIDO DA CORRENTE

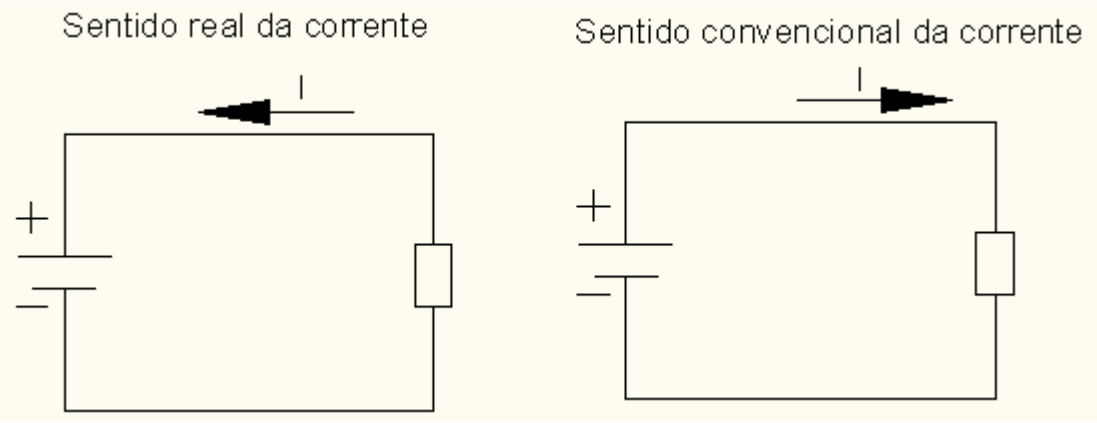
Ao ligar uma das extremidades de um condutor no pólo negativo de uma bateria e a outra no pólo positivo, o pólo positivo da bateria atrairá elétrons e o pólo negativo repelirá elétrons.

Portanto, os elétrons saem do pólo negativo da bateria, passam pelo condutor e entram no pólo positivo.

Antes de se descobrir que eram os elétrons que produziam o fluxo de corrente, convencionou-se que a corrente saia do pólo positivo passava pelo condutor e entrava no pólo negativo.

Portanto, quando o sentido da corrente é considerado igual ao movimento dos elétrons, diz-se que o **sentido da corrente é eletrônico ou real.**

Quando se considera o sentido da corrente contrária ao movimento dos elétrons, diz-se que o **sentido da corrente é convencional**.



1.7 RESISTÊNCIA

Resistência elétrica é a oposição que o material do qual é constituído o condutor oferece a passagem da corrente elétrica. A unidade de resistência elétrica é o *ohm* e é representado pelo símbolo (Ω).

Alguns materiais são constituídos por átomos com elétrons livres, estes oferecem menor oposição ao fluxo de elétrons e em conseqüência permitem que a corrente flua, sobre eles, com facilidade. Por este motivo são utilizados para fabricação de condutores elétricos, como por exemplo: o cobre e o alumínio.

Outros materiais por serem constituídos por átomos ou moléculas, cujos elétrons estão firmemente ligados a seus núcleos, oferecem grande oposição a passagem de corrente. Por este motivo são utilizados para fabricação de isolantes elétricos, como exemplo: o PVC (cloreto de polivinila) e a borracha.

A resistência elétrica depende:

a) Da composição química do material, ou seja, dos elétrons livres que possuem os átomos que compõe o material.

b) Da área da secção transversal do material, quanto maior a área menor a resistência.

c) Do comprimento, quanto maior o comprimento maior a resistência.

d) Da temperatura, quanto maior a temperatura maior a resistência.

1.8 RESISTIVIDADE

É uma propriedade específica de cada material. A resistividade depende da composição química do material.

RESISTIVIDADE DE ALGUNS MATERIAIS	
	Resistividade (ρ), a 20ºC, em Ω.m
Alumínio	$2,8 \times 10^{-8}$
Cobre	$1,7 \times 10^{-8}$
Carbono (amorfo)	$3,5 \times 10^{-5}$
Ferro	$1,0 \times 10^{-7}$
Manganina	$4,4 \times 10^{-7}$
Níquel	$6,8 \times 10^{-8}$
Prata	$1,6 \times 10^{-8}$
Aço	$1,8 \times 10^{-7}$
Tungstênio	$5,6 \times 10^{-8}$

Resistência, resistividade, comprimento e seção são relacionados pela expressão:

R = ρ(L)÷(A)

Onde: R=resistência, em ohm (Ω); ρ=resistividade, em ohm.metro (Ω.m); L=comprimento, em metro (m); A=área da seção transversal, em metro quadrado (m^2).

Exercício

Qual a resistência de 100m de um condutor de cobre de $2,5mm^2$?

$2,5mm^2 = 2,5 \times 10^{-6}m^2$.

$R = \rho(L/A) = (1,7 \times 10^{-8})x(100) \div (2,5 \times 10^{-6}m^2) = 0,68\ \Omega$.

1.9 LEI DE OHM

Ao variar a diferença de potencial (tensão) aplicada a condutores metálicos, mantendo a temperatura constante, a corrente varia na mesma proporção da variação da diferença de potencial.

A proporcionalidade da tensão com a corrente, nos condutores metálicos, independe do sentido na corrente.

A expressão matemática da lei de Ohm é:

V = (R)x(I) ou **I = (V)÷(R)**

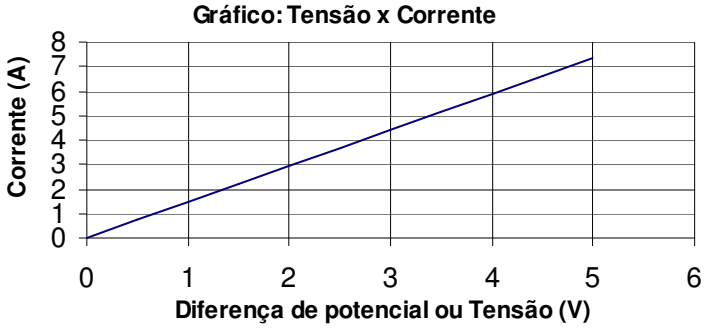
Onde: V=diferença de potencial ou tensão, em volts (V); R=resistência elétrica, em ohms (Ω); I=corrente elétrica, em ampères (A).

Exercício

Para o condutor de cobre de comprimento 100m e área da seção transversal de 2,5mm^2, a resistência calculada é 0,68Ω. A lei de Ohm diz que para este condutor: "Ao variar a diferença de potencial (tensão), mantendo a temperatura constante, a corrente varia na proporção da variação da tensão, permanecendo a resistência 0,68Ω constante", conforme o gráfico a seguir:

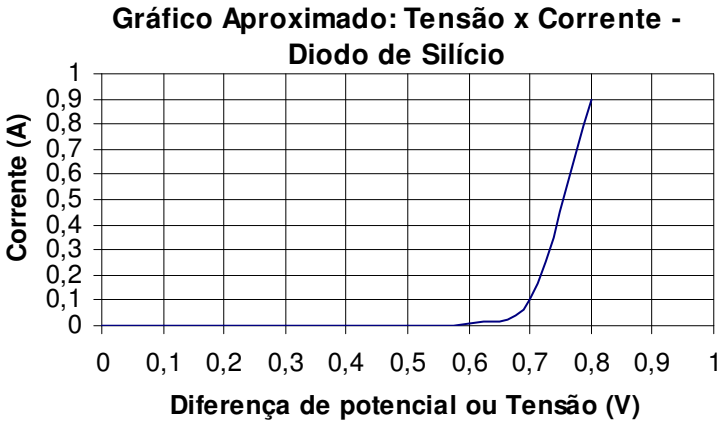
I=(V)÷(R)

Tensão x Corrente	
V	**I (A)**
0,00	0,00
0,50	0,74
1,00	1,47
1,50	2,21
2,00	2,94
2,50	3,68
3,00	4,41
3,50	5,15
4,00	5,88
4,50	6,62
5,00	7,35



Observa-se que a tensão varia 0,68 vezes o valor da corrente, ou seja: **V=(0,68)x(I).**

Muitos condutores não obedecem à lei de Ohm, entre eles os semicondutores, como no exemplo a seguir:



Na eletrônica existem muitos condutores que não obedecem à lei de Ohm. Um condutor obedece à lei de Ohm quando o seu gráfico de (V)x(I) for linear.

Exercício proposto

Um condutor de cobre de 50m de comprimento, seção transversal de $4mm^2$, pode conduzir uma corrente de até 32 A.

Confeccionar o gráfico (V) x (I).

Qual a máxima diferença de potencial (tensão) que pode ser aplicada nas extremidades deste condutor de modo que não exceda a corrente máxima de 32 A.

1.10 FONTES DE FORÇA ELETROMOTRIZ

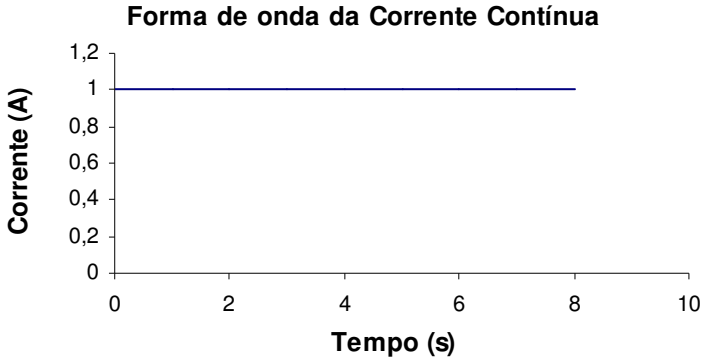
Existem aparelhos, como as baterias e os geradores, que são capazes de manter uma diferença de potencial entre dois pontos aos quais estejam ligados. Estes aparelhos são chamados de fontes de força eletromotriz (f.e.m.), a unidade de força eletromotriz é o Volt (V).

Em geral estas fontes produzem força eletromotriz que podem ser alternada ou contínua, em conseqüência a corrente também, pode ser alternada ou contínua.

A bateria produz corrente contínua, os geradores podem produzir os dois tipos de corrente, porém em maior escala, produzem corrente alternada, como no caso das centrais hidrelétricas do sistema elétrico brasileiro.

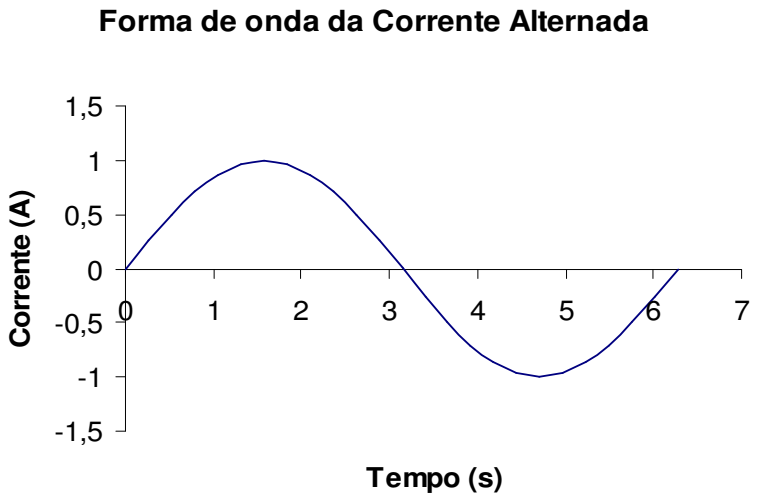
1.11 FORMA DE ONDA DA CORRENTE CONTÍNUA

Na corrente contínua, o fluxo de elétrons, circula em um único sentido.



1.12 FORMA DE ONDA DA CORRENTE ALTERNADA

Na corrente alternada, o fluxo de elétrons, em intervalos de tempos constantes, inverte o sentido de seu fluxo, ora circula em um determinado sentido, ora circula em sentido oposto.



Para que a fonte produza força eletromotriz há necessidade que haja uma conversão de energia em seu interior.

Na bateria a energia química é transformada em energia elétrica.

Pode-se dizer que uma fonte de força eletromotriz é um equipamento que transforma algum tipo de energia em energia elétrica.

Nas centrais hidroelétricas, a energia potencial da água é transformada em energia mecânica pelas turbinas hidráulicas. As turbinas hidráulicas transferem esta energia mecânica aos geradores e estes transformam energia mecânica em energia elétrica, em conseqüência produzem força eletromotriz.

1.13 TRABALHO

Para deslocar cargas elétricas (elétrons livres) a força eletromotriz realiza trabalho.

Trabalho = Força x deslocamento

$W = (V)x(q)$

Onde: W=trabalho elétrico, em jules (J); V=força eletromotriz, em volts (V); q=carga elétrica, em coulombs (C)

O deslocamento de elétrons é a corrente elétrica, ou seja:

$I = (q)\div(t)$

$q = (I)x(t)$

Substituindo $q = (I)x(t)$, na equação do trabalho $W = (V)x(q)$, tem-se:

$W = (V)x(I)x(t)$

Pela lei de Ohm

$V = (R)x(I)$

Substituindo $V = (R)x(I)$, em $W = (V)x(I)x(t)$, tem-se:

$W = (R)x(I)x(I)x(t)$

$W = (R)x(I^2)x(t)$

1.14 POTÊNCIA ELÉTRICA

Potência = (Trabalho)÷(tempo)
P = (W)÷(t)
Onde: P=potência elétrica, em watts (W); W=trabalho, em jules (J); t=tempo, em segundos (s).
Substituindo a equação do trabalho W = (V)x(I)x(t), em P = (W)÷(t), tem-se:
P = [(V)x(I)x(t)]÷(t)
P = (V)x(I)
Onde: P=potência elétrica, em watts (W); V=tensão ou diferença de potencial, em volts (V); I=corrente, em ampères (A).

Pode-se escrever a equação da potência em função da corrente e da resistência, pois V=RxI, então:
P = (R)x(I)x(I)
P = (R)x(I^2)
Onde: P=potência elétrica, em watts (W); R=resistência elétrica, em ohms (Ω); I=corrente, em ampères (A).

Pode-se escrever a equação da potência em função da tensão e da resistência, pois I=V÷R, então:
P = (V)x(I)
P = (V)x(V÷R)
P = (V^2)÷(R)
Onde: P=potência elétrica, em watts (W); V=tensão ou diferença de potencial, em volts (V); R=resistência elétrica, em ohms (Ω).

1.15 ENERGIA ELÉTRICA

Para calcular a energia elétrica faz-se:
E = (P)x(t)
Onde: E = energia elétrica, em watt x hora (Wh); P = potência, em watt (W); t = tempo, em hora (h).

MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS			
	Prefixos	**Símbolo**	**Multiplicar por**
Múltiplos	mega	M	1.000.000 ou 10^6
	quilo	k	1.000 ou 10^3
Submúltiplos	mili	m	0,001 ou 10^{-3}
	Micro	µ	0,000.001 ou 10^{-6}

Exemplo
23MW = 23.000.000W
2,2kΩ = 2.200Ω
215mV = 0,215 V
168µA = 0,000.168 A

Exercício

Um condutor de cobre de seção 2,5mm^2, pode conduzir até 24 A. Para 10 m deste condutor, calcular: a) A resistência. b) A potência dissipada com corrente máxima. c) A energia elétrica consumida pelo condutor, durante 3 horas, com corrente máxima. d) Supondo que o preço de 1kWh seja R$ 0,35, quantos reais seria gasto, somente pelo condutor, ao final de 30 dias, se este fosse utilizado as 3 horas por dia, com corrente máxima.

a) A resistência de 10 m de comprimento do condutor.
R = (ρ)x(L)÷(A)
R = (1,7 x 10^{-8})x(10)/(2,5 x 10^{-6}) = 0,068 Ω

b) A potência que os 10 m do condutor dissipa conduzindo 24 A.
$P = (R)x(I^2)$
$P = (0,068)x(24)^2 = 39,2$ W.

c) A energia gasta durante 3 horas com o condutor conduzindo 24 A.
$E = (P)x(t)$
$E = (39,2)x(3) = 117,5$ Wh

d) A R$ 0,35 o kWh, com uso diário de 3 horas, com corrente de 24 A, ao final de 30 dias, consumo de energia somente pelo condutor.
$P = 39,2$ W $= 39,2 \times 10^{-3}$kW
t = (30 dias)x(3 horas por dia) = 90 horas
$E = (P)x(t)$
$E = (39,2 \times 10^{-3})x(90) = 3,53$ kWh
1 kWh = R$ 0,35
3,53 kWh = X
X = (3,53) x (0,35) ÷ (1)
X = R$ 1,23 nos 30 dias.

2 Unidade 2 - CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA

Circuito elétrico é uma ligação elétrica que quando submetida a uma força eletromotriz (diferença de potencial) oferece um caminho para passagem da corrente.

Símbolos de alguns equipamentos e componentes utilizados nos circuitos elétricos	
Símbolo	**Componente**
	Fonte de tensão (força eletromotriz), corrente contínua.
	Fonte de tensão (força eletromotriz), corrente alternada.
	Fonte de corrente contínua
	Fonte de corrente alternada
	Ligação a terra (aterramento)
	Resistor
	Capacitor
	Indutor (bobina)
	Diodo retificador
ou	Transistor bipolar
	Fusível

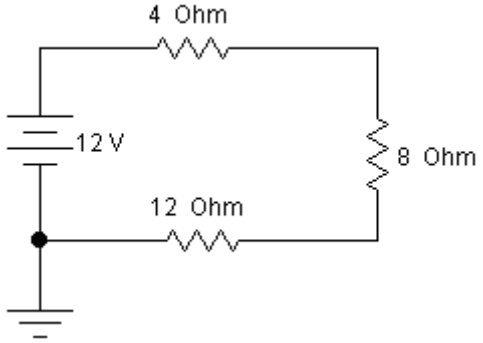
2.1 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA - SÉRIE

Nos circuitos com componentes ligados em série, a corrente tem o mesmo valor nestes componentes.

Nos circuitos com componentes ligados em série, as tensões individuais de cada componente não possui o mesmo valor.

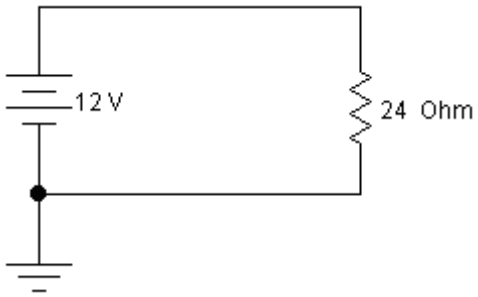
Havendo interrupção de corrente em um dos componentes que estão em série, os demais deixam de receber corrente e em conseqüência não funcionam.

A seguir um exemplo de um circuito com os componentes ligados em série.



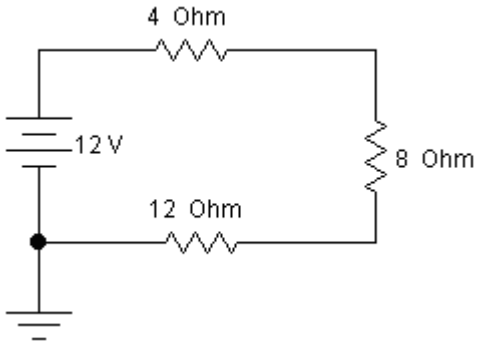
ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES EM SÉRIE
Somam-se os valores nominais dos resistores.
$R_{equivalente} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$

Para o circuito anterior se faz:
$R_{equivalente} = 4 + 8 + 12$
$R_{equivalente} = 24\ \Omega$
Para o circuito anterior os três resistores podem ser substituídos pelo valor do resistor equivalente:



Exercício

Para o circuito a seguir, calcule:



A resistência equivalente do circuito, calculada anteriormente é: $R_{equivalente} = 24\Omega$

a) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
$I = V \div R$
$I = 12 \div 24 = 0{,}5$ A

b) As tensões em cada resistor.
$V_4 = (R)x(I)$,
$V_4 = (4)x(0{,}5) = 2$ V
$V_8 = (R)x(I)$,
$V_8 = (8)x(0{,}5) = 4$ V
$V_{12} = (R)x(I)$,
$V_{12} = (12)x(0{,}5) = 6$ V

c) A soma das tensões em cada resistor é a tensão fornecida pela fonte:
$V_{fonte} = V_4 + V_8 + V_{12}$
$V_{fonte} = 2 + 4 + 6 = 12$ V

d) A potência dissipada por cada resistor:
$P_4 = (R)x(I^2)$
$P_4 = (4)x(0{,}5)^2 = 1$ W

$P_8 = (R)x(I^2)$,
$P_8 = (8)x(0,5)^2 = 2$ W
$P_{12} = (R)x(I^2)$,
$P_{12} = (12)x(0,5)^2 = 3$ W

e) A potência fornecida pela fonte.
$P_{fonte} = P_4 + P_8 + P_{12}$
$P_{fonte} = 1+2+3 = 6$ W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente})x(I^2)$
$P_{fonte} = (24)x(0,5)^2 = 6$ W

Ou
$P_{fonte} = (V_{fonte})x(I)$
$P_{fonte} = (12)x(0,5) = 6$ W

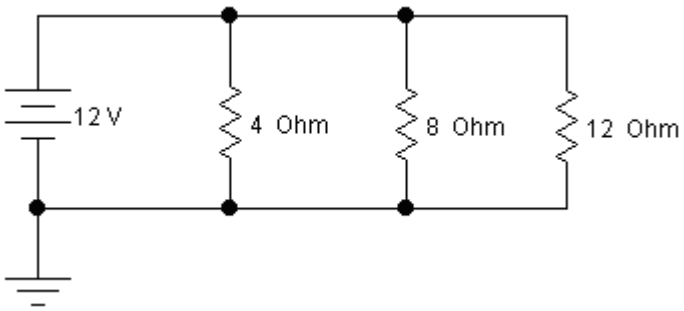
2.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA - PARALELO

A corrente não é a mesma nos componentes que são ligados em paralelo.

Nos componentes ligados em paralelo às tensões individuais de cada componente é a mesma.

Havendo interrupção de corrente em um dos componentes que estão em paralelo, os demais continuam funcionando.

A seguir um exemplo de um circuito com os componentes ligados em paralelo.



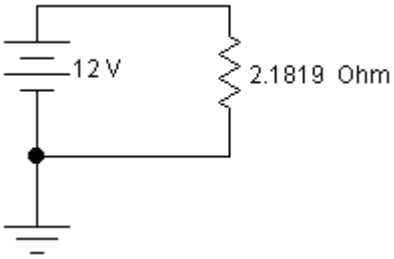
ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES EM PARALELO

Somam-se os inversos dos valores nominais de cada resistor.

$1/R_{equivalente} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + ... + 1/R_n$

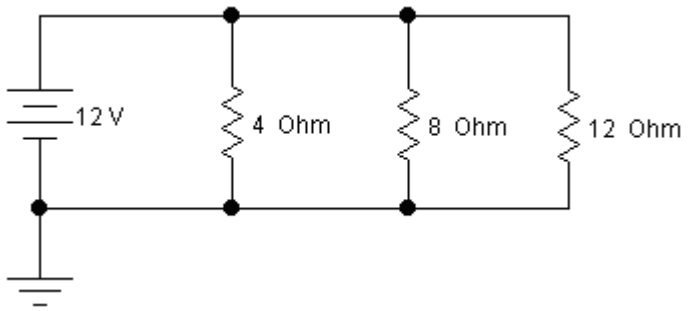
Para o circuito anterior se faz:
$1/R_{equivalente} = 1/4 + 1/8 + 1/12$
$1/R_{equivalente} = 0,25 + 0,125 + 0,0833$
$1/R_{equivalente} = 0,4583$
$R_{equivalente} = 1/ 0,4583$
$R_{equivalente} = 2,1819\ \Omega$

Para o circuito anterior os três resistores podem ser substituídos pelo valor do resistor equivalente:



Exercício

Para o circuito a seguir, calcule:



A resistência equivalente do circuito, calculada anteriormente é: $R_{equivalente}$ = 2,1819Ω

a) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
I_{fonte} =(V)÷(R)
I_{fonte} = (12)÷(2,1819) = 5,4998 A

b) A tensão em cada resistor.
$V_4 = V_8 = V_{12} = V_{fonte}$ = 12 V

c) As correntes em cada resistor.
$I_4 = V_4 \div R_4$
I_4 = 12÷4 = 3 A
$I_8 = V_8 \div R_8$
I_8 = 12÷8 = 1,5 A
$I_{12} = V_{12} \div R_{12}$
I_{12} = 12÷12 = 1 A

d) A soma das correntes nos resistores é a corrente fornecida pela fonte.
$I_{fonte} = I_4 + I_8 + I_{12}$
I_{fonte} = 3 + 1,5 + 1 = 5,5 A

e) A potência dissipada por cada resistor:
$P_4 = (R_4)x(I_4)^2$
$P_4 = (4)x(3)^2$ = 36 W
$P_8 = (R_8)x(I_8)^2$
$P_8 = (8)x(1,5)^2$ = 18 W
$P_{12} = (R_{12})x(I_{12})^2$
$P_{12} = (12)x(1)^2$ = 12 W

f) A potência fornecida pela fonte.
$P_{fonte} = P_4 + P_8 + P_{12}$
P_{fonte} = 36+18+ 12 = 66 W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente})x(I_{fonte})^2$
P_{fonte} = (2,1819)x(5,5)2 = 66 W
Ou
$P_{fonte} = (V_{fonte})x\ I_{fonte})$
P_{fonte} = (12)x(5,5) = 66 W

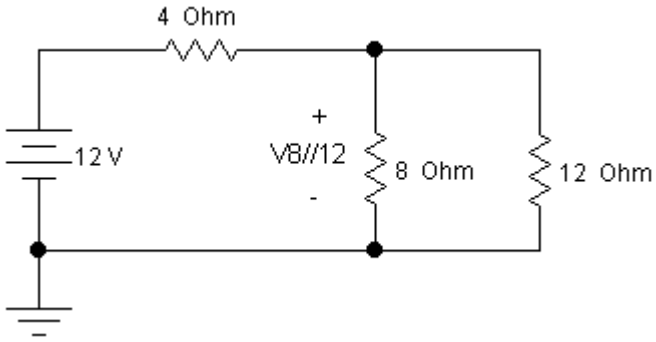
2.3 CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE COTÍNUA – MISTO

O circuito possui simultaneamente as características das associações série e paralelo.

No trecho da associação mista em que os componentes estiverem em série, haverá tensões parciais sobre os componentes e a corrente circulante terá mesmo valor.

No trecho da associação mista em que os componentes estiverem em paralelo, haverá correntes parciais sobre os componentes e a tensão sobre cada componente terá mesmo valor.

A seguir um exemplo de um circuito com os componentes ligados de forma mista.



Para o circuito anterior se faz:

1º passo: calcula-se a resistência equivalente entre os resistores em paralelo 8Ω e 12Ω.

$1/R_{8//12} = 1/8 + 1/12$

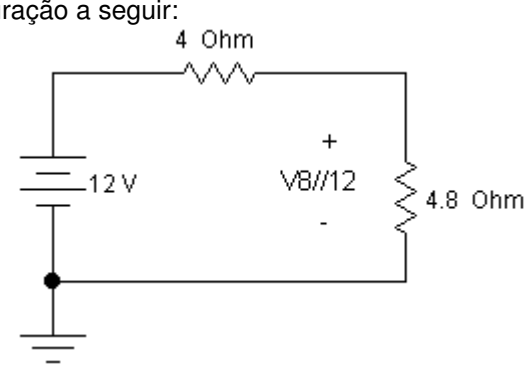
$1/R_{8//12} = 0,1250 + 0,0833$

$1/R_{8//12} = 0,2083$

$R_{8//12} = 1/(0,2083)$

$R_{8//12} = 4,8000\Omega$

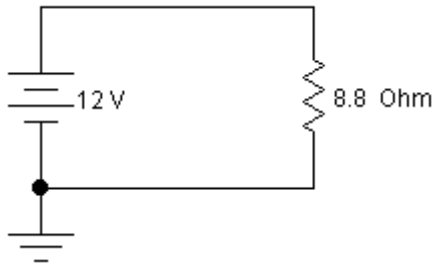
O circuito passa ter a configuração a seguir:



O circuito passou ter configuração com as resistências conectadas em série:

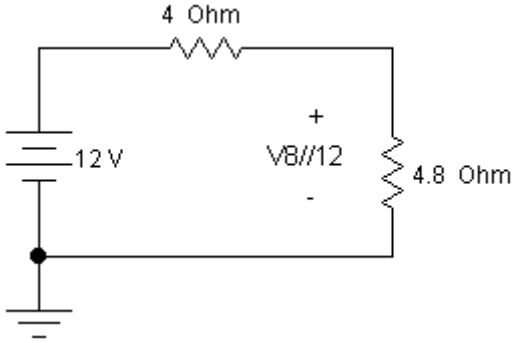
2º passo: calcula-se a resistência equivalente do circuito.
$R_{equivalente} = 4 + 4,8$
$R_{equivalente} = 8,8\Omega$

O circuito passa ter a configuração a seguir:



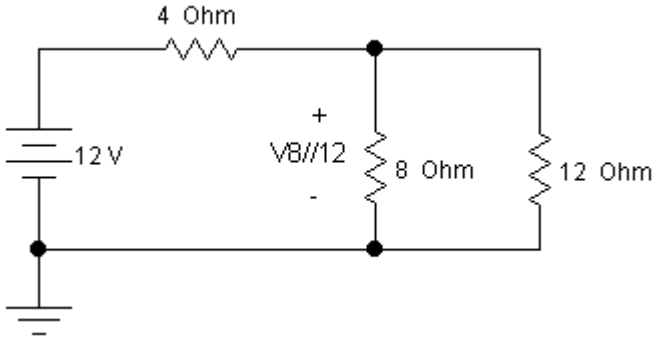
3º passo: calcula-se a corrente que a fonte fornece ao circuito.
$I_{fonte} = (12)\div(8,8) = 1,364$ A

A corrente que a fonte fornece passa pelos resistores de 4Ω e de 4,8Ω.



4º passo: calcula-se a tensão $V_{8//12}$.
$V_{8//12} = (1,364)x(4,8) = 6,545V$

A tensão $V_{8//12}$ é a mesma tensão sobre as resistências de 8Ω e de 12Ω.



4º passo: calcula-se as correntes nos resistores de 8Ω e de 12Ω.

$I_8 = (6,545)\div(8) = 0,818$ A

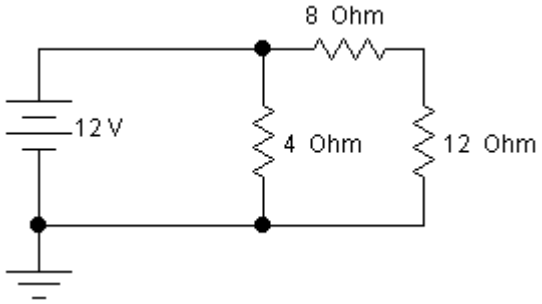
$I_{12} = (6,545)\div(12) = 0,545$ A

5º passo: calcula-se a tensão no resistor de 4Ω.
$V_4 = (1,364)x(8) = 5,456$ V

A tensão da fonte é:
$V_{fonte} = (V_4)+(V_{8//12}) = 12V$

A potência que a fonte fornece a carga é:
$P_{fonte} = (12)x(1,364) = 16,368$ W
Ou
$P_{fonte} = (12)^2 \div (8,8) = 16,363$ W

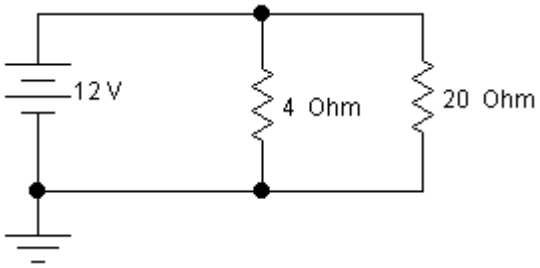
Agora os componentes estão reorganizados, porém se mantém a associação mista dos componentes:



Para o circuito anterior se faz:

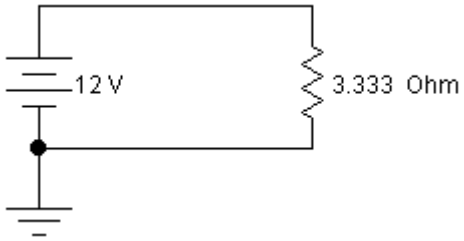
As resistências 8Ω e 12Ω estão em série, logo:
$R_{8-12} = 8 + 12 = 20\Omega$

O circuito passa ter a configuração a seguir:



As resistências de 8Ω e 20Ω estão em paralelo, logo, a resistência equivalente do circuito:
$1/R_{equivalente} = 1/4 + 1/20$
$1/R_{equivalente} = 0,25 + 0,05$
$1/R_{equivalente} = 0,30$
$R_{equivalente} = 1/0,30$
$R_{equivalente} = 3,333\Omega$

O circuito passa ter a configuração a seguir:



A corrente que a fonte fornece ao circuito:
$I_{fonte} = (12) \div (3,333) = 3,6$ A

A corrente no resistor de 4Ω.
$I_4 = (12) \div (4) = 3$ A

A corrente que circula nos resistores de 8Ω e 12Ω é a mesma, pois, estas resistências estão em série:
$I_8 = I_{12} = (12) \div (8+12) = 0{,}6$ A

A tensão na resistência de 4Ω.
$V_4 = 12$ V

As tensões nas resistências de 8Ω e 12Ω.

$V_8 = (0{,}6) x (8) = 4{,}8$ V

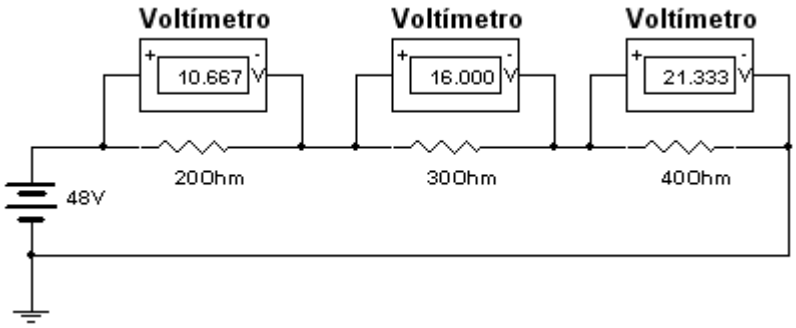
$V_{12} = (0{,}6) x (12) = 7{,}2$ V

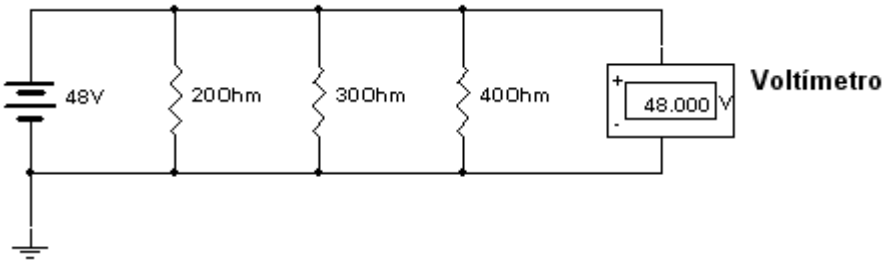
A potência que a fonte fornece a carga.
$P_{fonte} = (12) x (3{,}6) = 43{,}2$ W
ou
$P_{fonte} = (12)^2 \div (3{,}333) = 43{,}2$ W

2.4 INSTRUMENTOS PARA MEDIDAS DE TENSÃO, DE CORRENTE E DE POTÊNCIA

VOLTÍMETRO: Instrumento para medir valores de tensão ou diferença de potencial ou força eletromotriz.

Os terminais do voltímetro devem ser ligados em paralelo com o componente cuja tensão deseja-se medir, conforme mostrados nos circuitos a seguir:



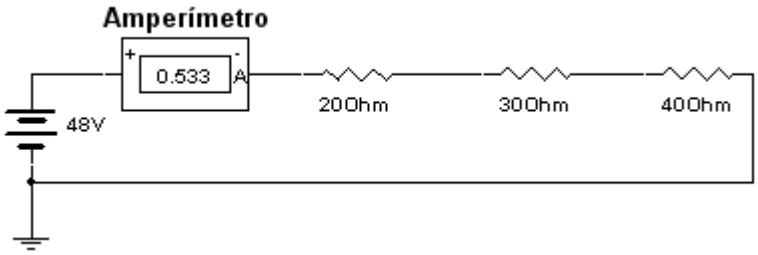


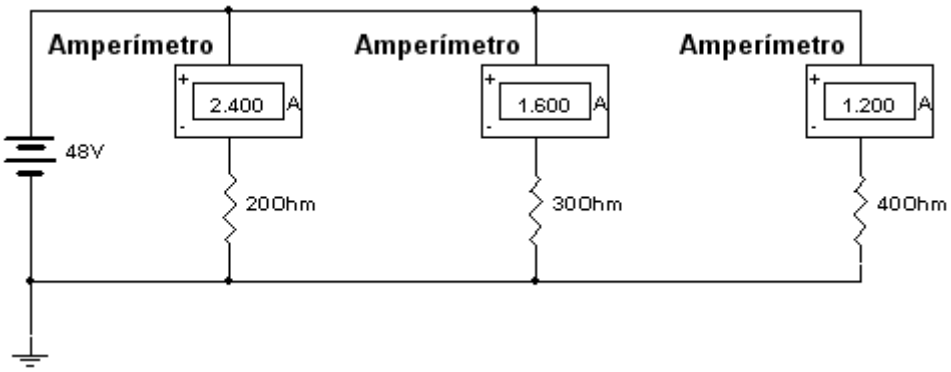
Exercício proposto

Para os circuitos anteriores calcule as correntes nos resistores.

AMPERÍMETRO: Instrumento para medir valores de corrente.

Os terminais do amperímetro devem ser ligados em série com o componente cuja corrente deseja-se medir, conforme mostrados nos circuitos a seguir:



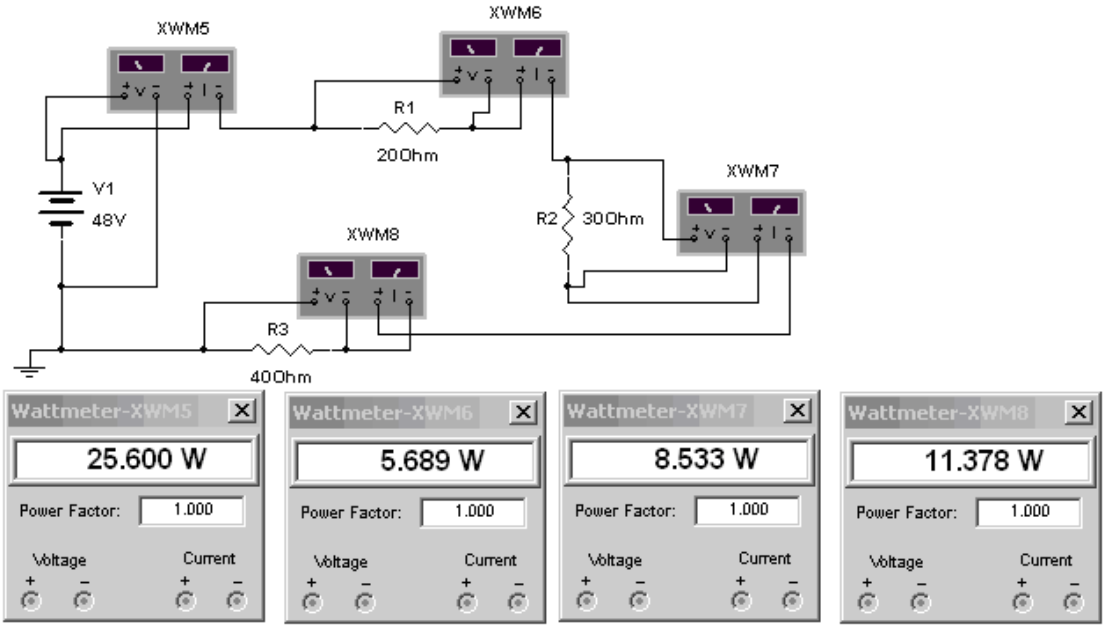


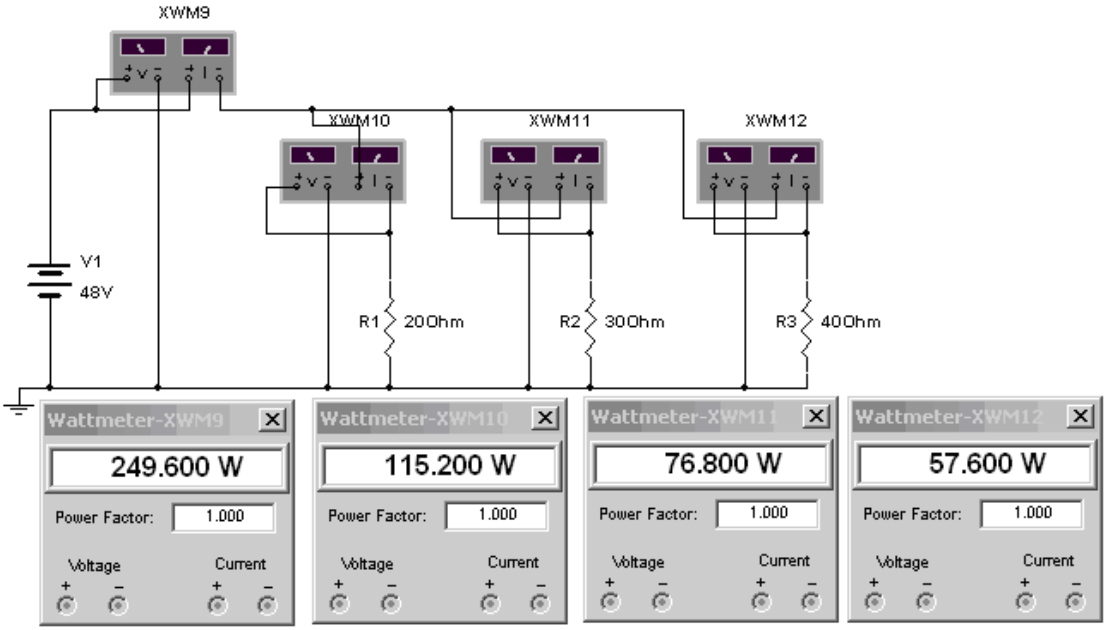
Exercício proposto

Para os circuitos anteriores calcule as tensões nos resistores.

WATTÍMETRO: Instrumento para medir valores de potência.

O wattímetro tem quatro terminais, dois da bobina de corrente e dois da bobina de tensão. Os terminais da bobina de corrente devem ser ligados em série e o da bobina de tensão em paralelo com o componente que se deseja obter a potência, conforme mostrados nos circuitos a seguir:

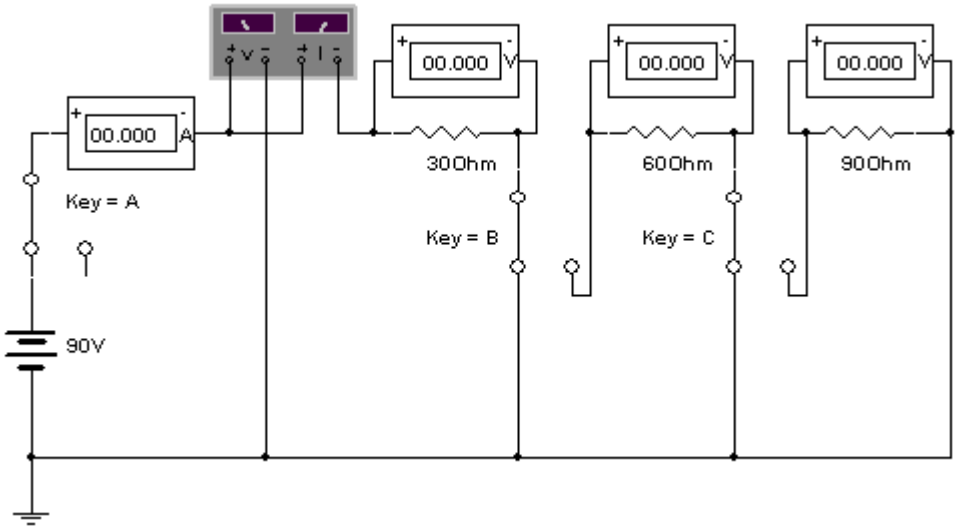




Exercício proposto

Para os circuitos anteriores calcule as potências nos resistores e a potência fornecida pela fonte ao circuito.

Exercício – CIRCUITO SÉRIE – Corrente Contínua

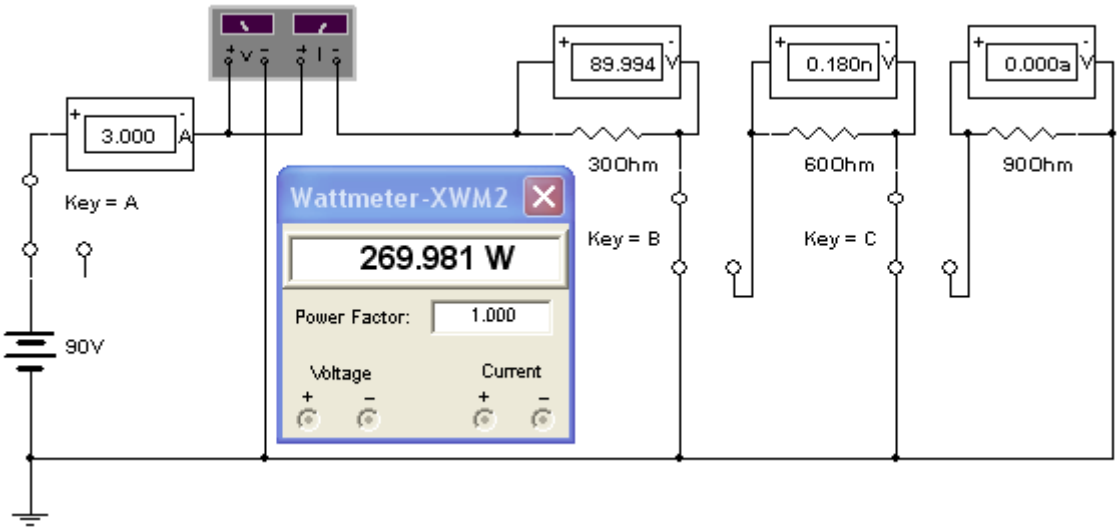


Considerando o circuito anterior com a chave A conectada na fonte e a chave B ligada a terra, pede-se:

a) A corrente que a fonte fornece.
I = V ÷ R
I = 90÷30 = 3 A

b) A potência que a fonte fornece para a resistência.
P = (V)x(I)
P = (90)x(3) = 270W

A seguir o circuito com a chave A conectada na fonte e a chave B ligada a terra. O amperímetro indica 3 A, o voltímetro 89,994 V e o wattímetro 269,981W.



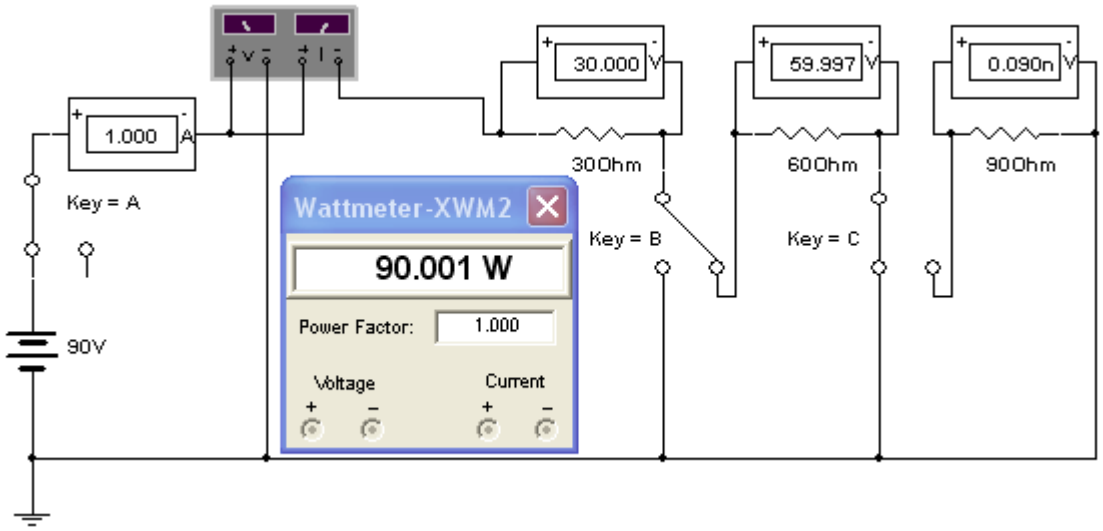
Considerando o circuito anterior com a chave A conectada na fonte, a chave B conectada ao resistor de 60 Ω e a chave C ligada a terra, pede-se:

a) A resistência equivalente do circuito.
$R_{equivalente}$ = (30)+(60) = 90 Ω

b) A corrente que a fonte fornece.
I = V ÷ R
I = 90÷90 = 1 A
c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = (R_{30}) \times (I)$
$V_{30} = (30) \times (1) = 30$ V
$V_{60} = (R_{60}) \times (I)$
$V_{60} = (60) \times (1) = 60$ V
$V_{fonte} = V_{30} + V_{60} = 90$ V

d) A potência em cada resistor e a potência total
$P_{30} = (R_{30}) \times (I)^2$
$P_{30} = (30) \times (1)^2 = 30$ W
$P_{60} = (R_{60}) \times (I)^2$
$P_{60} = (60) \times (1)^2 = 60$ W
$P_{fonte} = (V) \times (I)$
$P_{fonte} = (90) \times (1) = 90$W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I)^2$
$P_{fonte} = (90) \times (1)^2 = 90$ W
Ou
$P_{fonte} = P_{30} + P_{60}$
$P_{fonte} = 30 + 60 = 90$ W

A seguir o circuito com a chave A conectada na fonte, a chave B conectada ao resistor de 60 Ω e a chave C ligada a terra. O amperímetro indica 1 A, um voltímetro indica 30V no resistor de 30 Ω, outro voltímetro indica 59,997 V no resistor de 60Ω e o wattímetro indica 90,001W.



Considerando o circuito anterior com a chave A conectada na fonte, a chave B conectada ao resistor de 60 Ω e a chave C conectada ao resistor de 90 Ω, pede-se:

a) A resistência equivalente do circuito.
$R_{equivalente} = (30)+(60)+(90) = 180$ Ω

b) A corrente que a fonte fornece.
I = V ÷ R
I = 90÷180 = 0,5 A (500 mA)

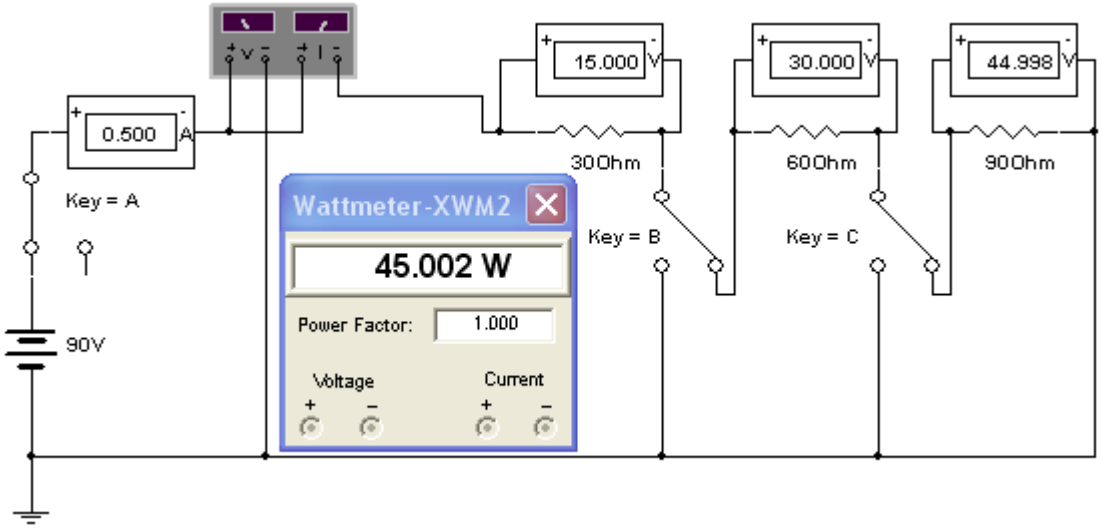
c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = (R_{30}) \times (I)$
$V_{30} = (30) \times (0,5) = 15$ V
$V_{60} = (R_{60}) \times (I)$
$V_{60} = (60) \times (0,5) = 30$ V
$V_{90} = (R_{90}) \times (I)$

$V_{90} = (90) \times (0,5) = 45$ V
$V_{fonte} = V_{30} + V_{60} + V_{90} = 90$ V

d) A potência em cada resistor e a potência total
$P_{30} = (R_{30}) \times (I)^2$
$P_{30} = (30) \times (0,5)^2 = 7,5$ W
$P_{60} = (R_{60}) \times (I)^2$
$P_{60} = (60) \times (0,5)^2 = 15$ W
$P_{90} = (R_{90}) \times (I)^2$
$P_{90} = (90) \times (0,5)^2 = 22,5$ W
$P_{fonte} = (V) \times (I)$
$P_{fonte} = (90) \times (0,5) = 45$ W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I)^2$
$P_{fonte} = (180) \times (0,5)^2 = 45$ W

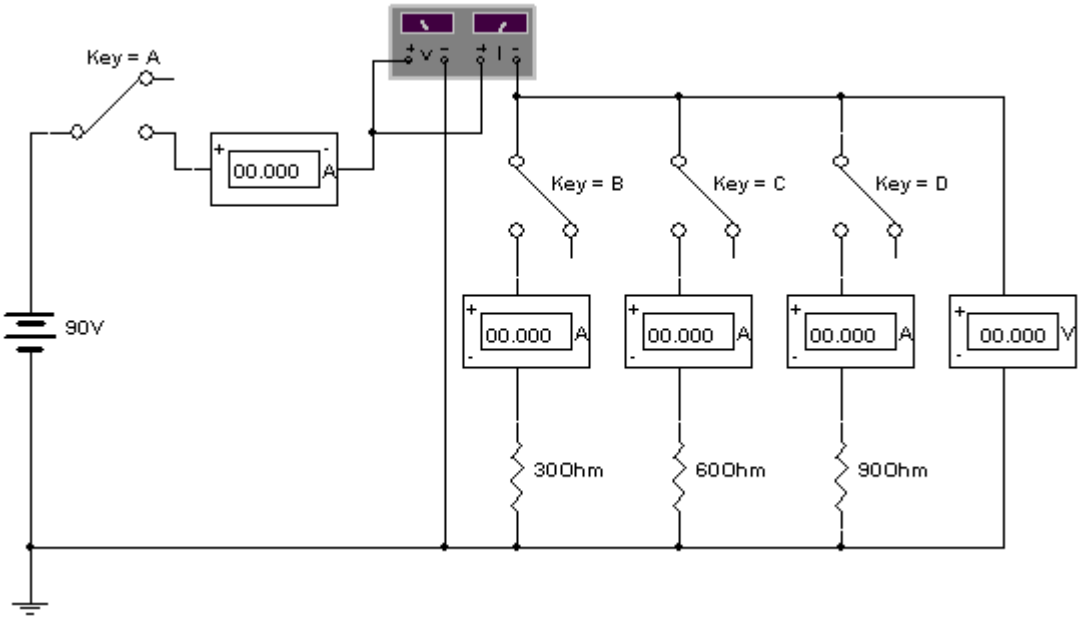
Ou
$P_{fonte} = P_{30} + P_{60} + P_{90}$
$P_{fonte} = 7,5 + 15 + 22,5 = 45$ W

A seguir o circuito com a chave A conectada na fonte, a chave B no resistor de 60 Ω e a chave C ao resistor de 90 Ω. O amperímetro indica 0,5 A (500 mA), um voltímetro indica 15V no resistor de 30 Ω, outro voltímetro indica 30 V no resistor de 60Ω, o último voltímetro indica 44,998 V no resistor de 90 Ω e o wattímetro indica 45,002W.



Nos circuitos em série, na medida em que as resistências vão sendo conectadas, a resistência equivalente aumenta, na mesma proporção a carga diminui e em conseqüência, também, a corrente e a potência diminuem.

Exercício – CIRCUITO PARALELO – Corrente Contínua

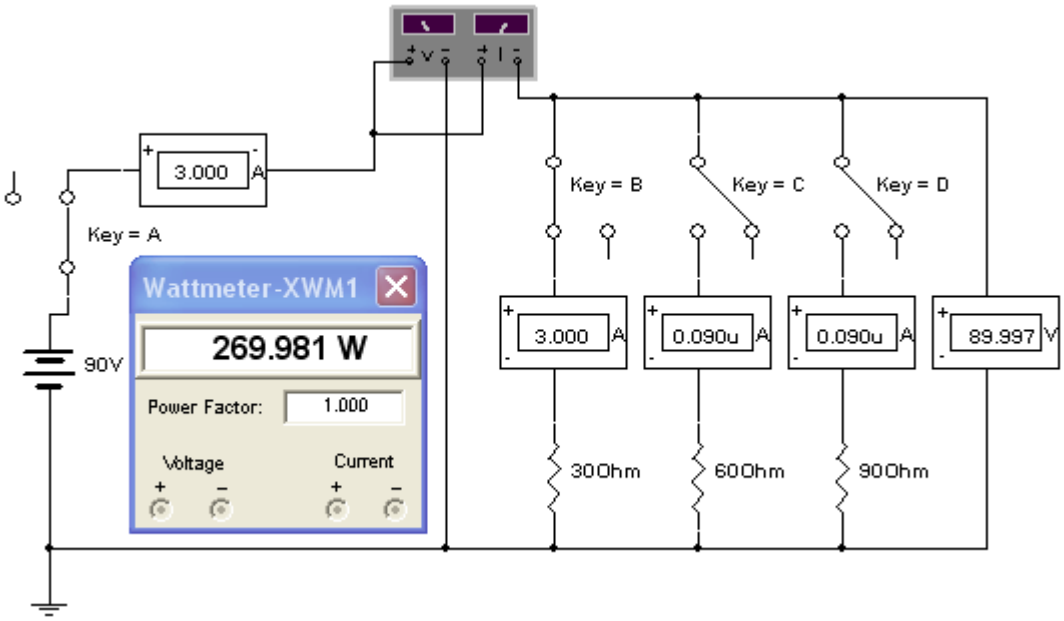


Considerando o circuito anterior com as chaves A e B fechadas e as chaves C e D abertas, pede-se:

a) A corrente que a fonte fornece.
I = V ÷ R
I = 90÷30 = 3 A

b) A potência que a fonte fornece para a resistência.
P_{fonte} = (V)x(I)
P_{fonte} = (90)x(3) = 270W

A seguir o circuito com as chaves A e B fechadas e as chaves C e D abertas. Os amperímetros indicam 3 A, o voltímetro 89,997 V e o wattímetro 269,981W.



Considerando o circuito anterior com a chave A, B e C fechadas e a chave D aberta, pede-se:

a) A resistência equivalente do circuito.
$1/R_{equivalente} = (1)/(30)+(1)/(60)$
$1/R_{equivalente} = (0,0333)+(0,0167)$
$1/R_{equivalente} = (0,05)$
$R_{equivalente} = (1)/(0,05)$
$R_{equivalente} = 20\ \Omega$

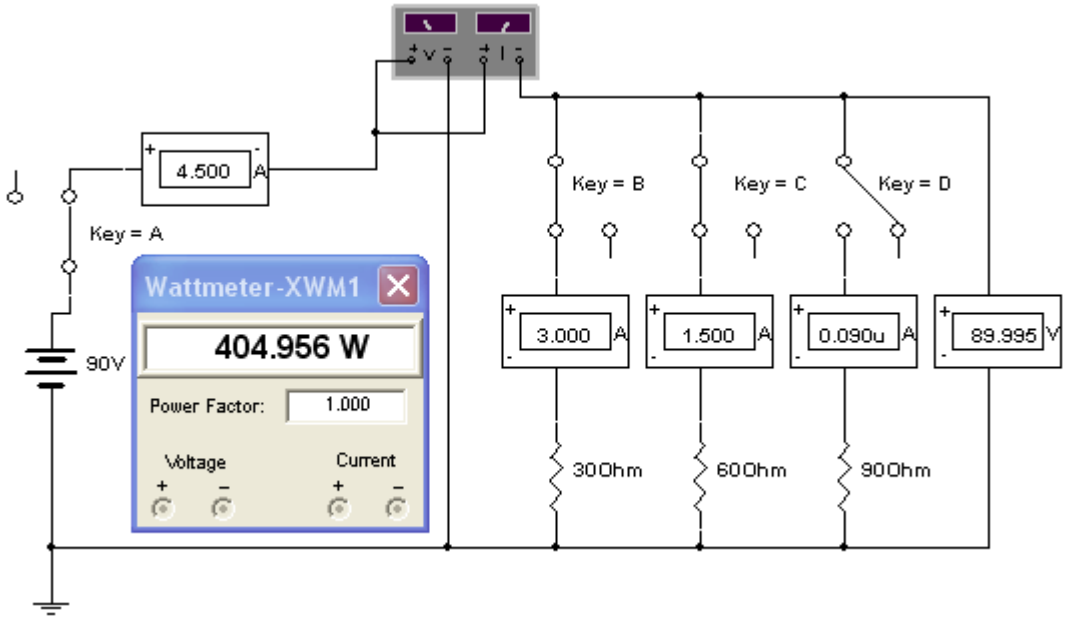
b) A corrente que a fonte fornece.
$I_{fonte} = V \div R$
$I_{fonte} = 90 \div 20 = 4,5$ A

c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = V_{60} = 90$ V

d) As correntes nas resistências e na fonte.
$I_{30} = V \div R_{30}$
$I_{30} = (90) \div (30) = 3$ A
$I_{60} = V \div R_{60}$
$I_{60} = (90) \div (60) = 1,5$ A
$I_{fonte} = I_{30} + I_{60}$
$I_{fonte} = (3) + (1,5) = 4,5$ A

e) A potência em cada resistor e a potência total
$P_{30} = (R_{30}) \times (I)^2$
$P_{30} = (30) \times (3)^2 = 270$ W
$P_{60} = (R60) \times (I)^2$
$P_{60} = (60) \times (1,5)^2 = 135$ W
$P_{fonte} = (V) \times (I)$
$P_{fonte} = (90) \times (4,5) = 405$W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I)^2$
$P_{fonte} = (20) \times (4,5)^2 = 405$ W
Ou
$P_{fonte} = P_{30} + P_{60}$
$P_{fonte} = 270 + 135 = 405$ W

A seguir o circuito com a chave A, B e C fechadas e a chave D aberta. O primeiro amperímetro indica a corrente que a fonte fornece 4,5 A, o segundo amperímetro indica 3 A que é a corrente na resistência de 30 Ω, o terceiro amperímetro indica 1,5 A que é a corrente na resistência de 60 Ω, o voltímetro indica tensão de 89,995 V e o wattímetro 404,956W



Considerando o circuito anterior com todas as chaves fechadas, pede-se:

a) A resistência equivalente do circuito.
$1/R_{equivalente} = (1)/(30)+(1)/(60) + (1)/(90)$
$1/ R_{equivalente} = (0,0333)+(0,0167) +(0,0111)$
$1/ R_{equivalente} = (0,0611)$
$R_{equivalente} = (1)/(0,0611)$
$R_{equivalente} = 16,3636\ \Omega$

b) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
$I_{fonte} = V \div R$
$I_{fonte} = 90 \div 16,3636 = 5,5$ A

c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = V_{60} = V_{90} = 90$ V

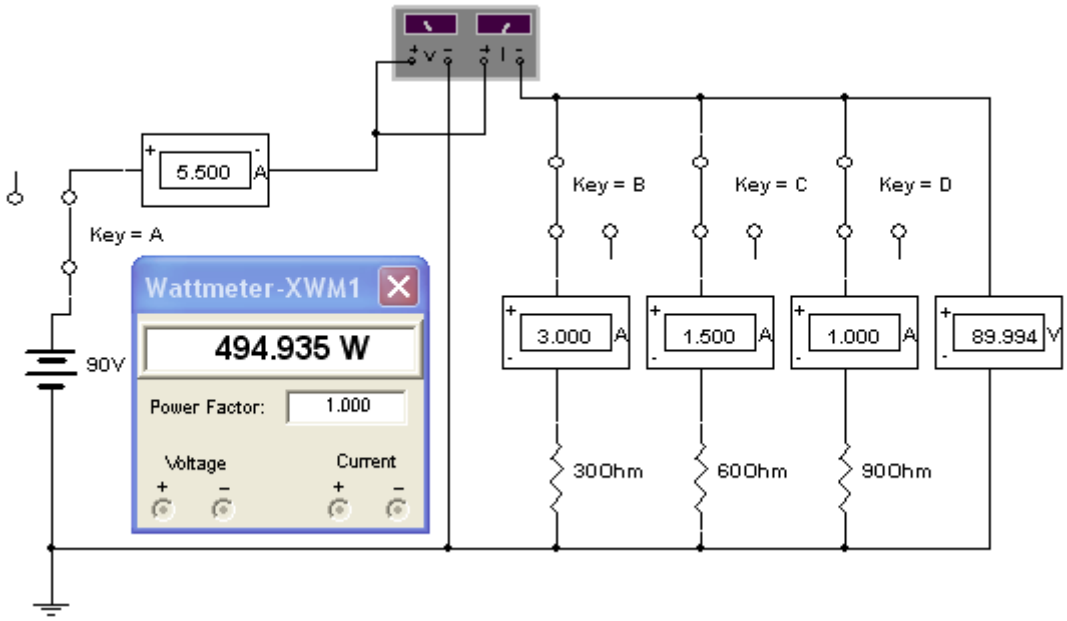
d) As correntes nas resistências e na fonte.
$I_{30} = V \div R_{30}$
$I_{30} =(90) \div (30) = 3$ A

$I_{60} = V \div R_{60}$
$I_{60} =(90) \div (60) = 1,5$ A
$I_{90} = V \div R_{90}$
$I_{90} =(90) \div (90) = 1$ A
$I_{fonte} = I_{30} + I_{60} + I_{90}$
$I_{fonte} = (3) + (1,5) + (1)$
$I_{fonte} = 5,5$ A

e) A potência em cada resistor e a potência total
$P_{30} = (R_{30}) \times (I)^2$

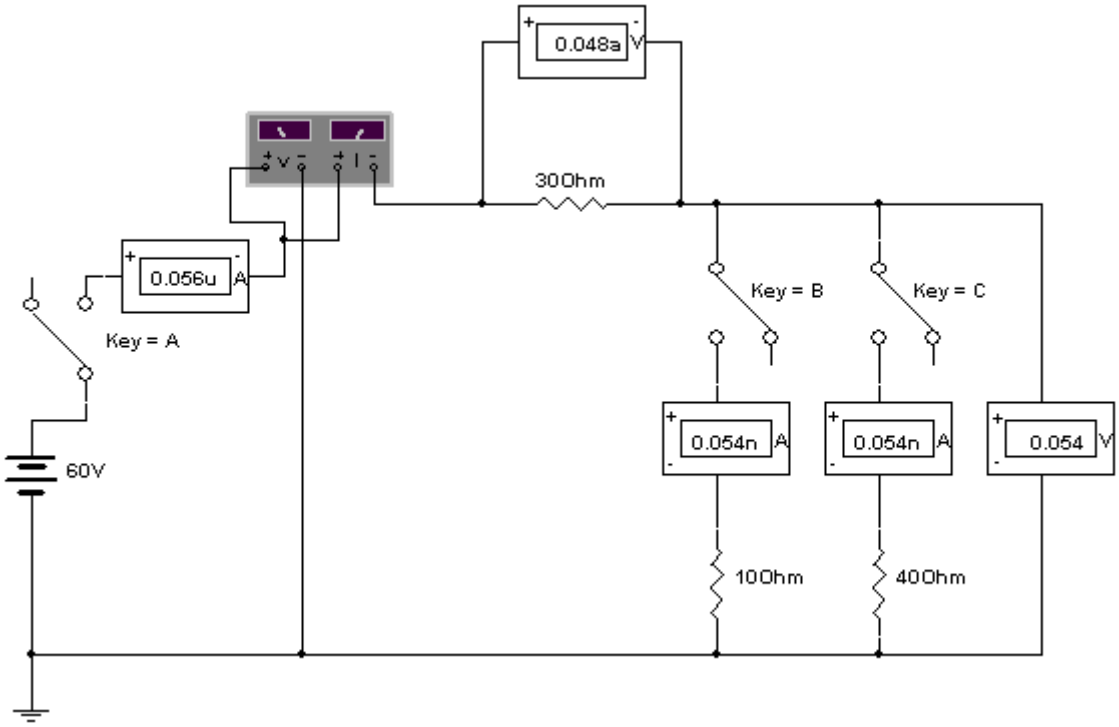
$P_{30} = (30) \times (3)^2 = 270$ W
$P_{60} = (R_{60}) \times (I)^2$
$P_{60} = (60) \times (1,5)^2 = 135$ W
$P_{90} = (R_{90}) \times (I)^2$
$P_{90} = (90) \times (1)^2 = 90$ W
$P_{fonte} = (V) \times (I)$
$P = (90) \times (5,5) = 495$ W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I_{fonte})^2$
$P_{fonte} = (16,3636) \times (5,5)^2 = 495$ W
Ou
$P_{fonte} = P_{30} + P_{60} + P_{90}$
$P_{fonte} = 270 + 135 + 90 = 495$ W

A seguir o circuito com todas as chaves fechadas. O primeiro amperímetro indica a corrente que a fonte fornece 5,5 A, o segundo amperímetro indica 3 A que é a corrente na resistência de 30 Ω, o terceiro amperímetro indica 1,5 A que é a corrente na resistência de 60Ω, o quarto amperímetro indica 1 A que é a corrente na resistência de 90 Ω, o voltímetro indica a tensão de 89,994V e o wattímetro 494,935W.



Nos circuitos em paralelo, na medida em que as resistências vão sendo conectadas, a resistência equivalente diminui, na mesma proporção a carga aumenta e em conseqüência, também, a corrente e a potência aumentam.

Exercício – CIRCUITO MISTO – Corrente Contínua



Considerando o circuito anterior com as chaves A e B fechadas e a chave C aberta, pede-se:
a) A resistência equivalente do circuito.
$R_{equivalente}$ = (30)+(10) = 40 Ω

b) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
I = V ÷ R
I = 60÷40 = 1,5 A

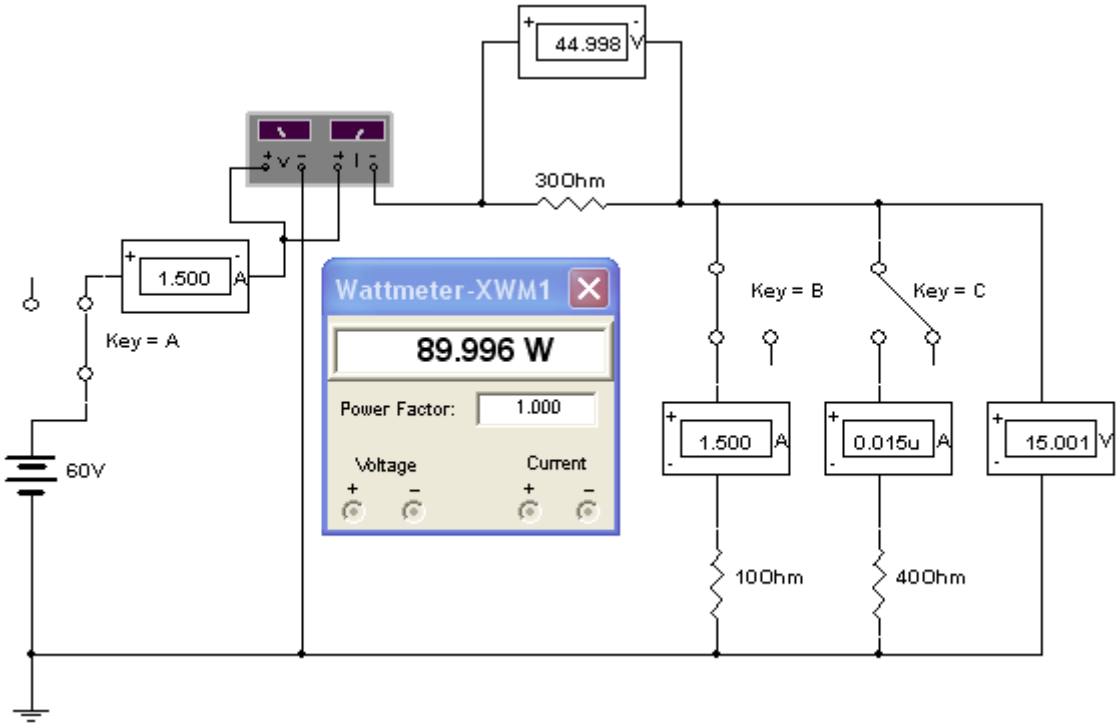
c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = (R_{30}) \times (I)$
V_{30} = (30) x (1,5) = 45 V
$V_{10} = (R_{10}) \times (I)$
V_{10} = (10) x (1,5) = 15 V
$V_{fonte} = V_{30} + V_{10}$
V_{fonte} = (45) + (15) = 60 V

d) A potência nas resistências.
$P_{30} = (R_{30}) \times (I)^2$
$P_{30} = (30) \times (1,5)^2$ = 67,5 V
$P_{10} = (R_{10}) \times (I)^2$
$P_{10} = (10) \times (1,5)^2$ = 22,5 V

e) A potência que a fonte fornece ao circuito.
$P_{fonte} = P_{30} + P_{10}$
P_{fonte} = (67,5) + (22,5) = 90 V
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I)^2$
$P_{fonte} = (40) \times (1,5)^2$ = 90 V
Ou
$P_{fonte} = (V_{fonte}) \times (I)$

P_{fonte} = (60)x(1,5) = 90 W

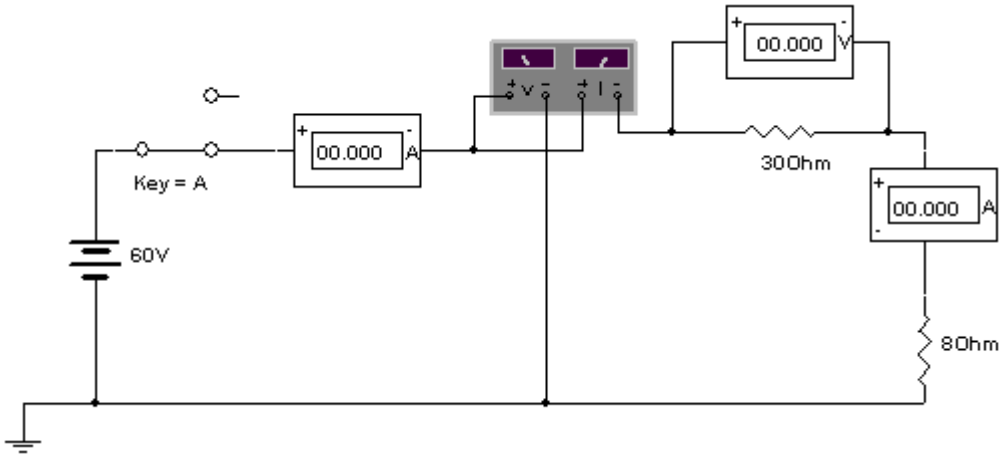
A seguir o circuito com as chaves A e B fechadas e a chave C aberta. O primeiro amperímetro indica que a fonte fornece 1,5 A ao circuito, o segundo amperímetro indica o mesmo resultado, pois, neste caso, as resistências estão em série com a fonte. O primeiro voltímetro indica 44,998 V na resistência de 30 Ω, o segundo voltímetro indica 15,001 V na resistência de 10 Ω e o wattímetro indica 89,996W.



Considerando o circuito anterior com a chave A, B e C fechadas, pede-se:

a) A resistência equivalente do circuito.
Fazer primeiro o equivalente das resistências em paralelo 10 Ω e 40 Ω.
$(1)/(R_{10/40}) = (1)/(R_{10}) + (1)/(R_{40})$
$(1)/(R_{10/40}) = (1)/(10) + (1)/(40)$
$(1)/(R_{10/40}) = (0,1) + (0,025)$
$(1)/(R_{10/40}) = (0,125)$
$R_{10/40} = (1) \div (0,125)$
$R_{10/40} = 8\ \Omega$

Substituindo as resistências de 10 Ω e 40 Ω pela resistência equivalente de 8Ω, o circuito fica:



$R_{equivalente} = (30)+(8) = 38\ \Omega$

b) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
$I_{fonte} = V \div R_{equivalente}$
$I_{fonte} = 60 \div 38 = 1{,}5789$ A

c) As tensões nas resistências.
$V_{30} = (R_{30}) \times (I_{fonte})$
$V_{30} = (30) \times (1{,}5789) = 47{,}3684$ V
$V_8 = (R_{10}) \times (I_{fonte})$
$V_8 = (8) \times (1{,}5789) = 12{,}6316$ V
$V_{fonte} = (V_{30}) + (V_8)$
$V_{fonte} = (47{,}3684) + (12{,}6316) = 60$ V

d) A potência em cada resistor.
$P_{30} = (R_{30}) \times (I_{fonte})^2$
$P_{30} = (30) \times (1{,}5789)^2$
$P_{30} = 74{,}7922$ W
$P_8 = (R_8) \times (I_{fonte})^2$
$P_8 = (8) \times (1{,}5789)^2$
$P_8 = 19{,}9446$ W

e) A potência que a fonte fornece ao circuito.
$P_{fonte} = P_{30} + P_8$
$P_{fonte} = 74{,}7922 + 19{,}9446 = 94{,}7368$ W
Ou
$P_{fonte} = (V_{fonte}) \times (I_{fonte})$
$P_{fonte} = (60) \times (1{,}5789) = 94{,}7368$ W
Ou
$P_{fonte} = (R_{equivalente}) \times (I_{fonte})^2$
$P_{fonte} = (38) \times (1{,}5789)^2 = 94{,}7368$ W

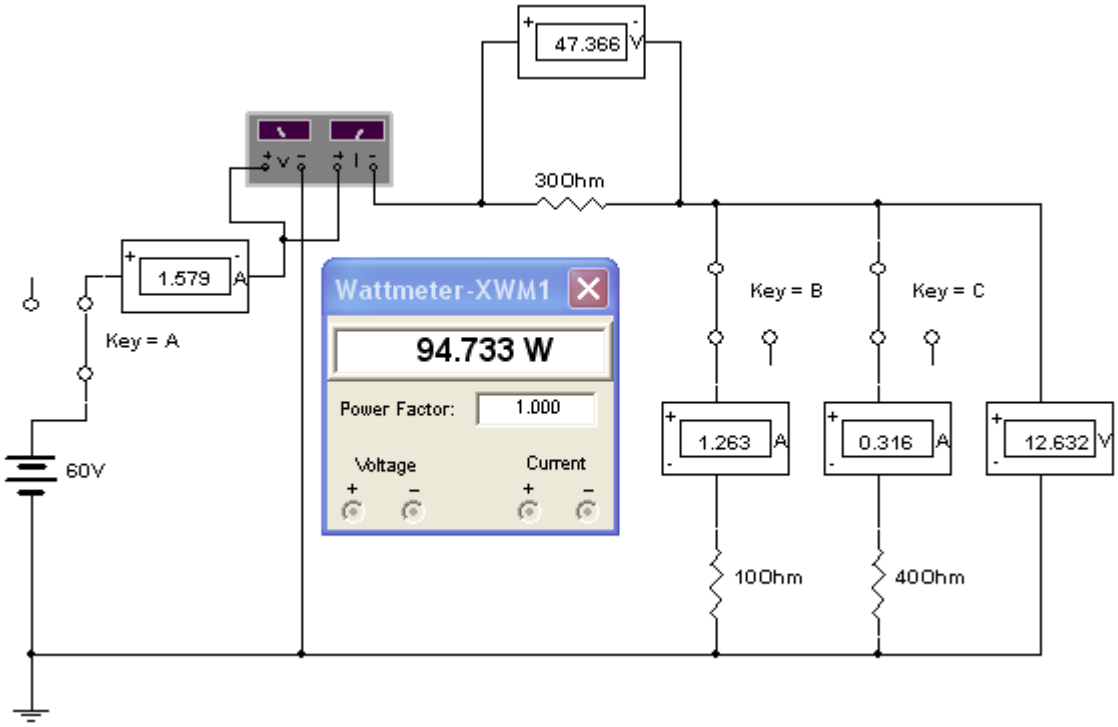
f) A tensão nos resistores de 10 Ω e de 40 Ω.
A tensão nos resistores de 10 Ω e de 40 Ω é a mesma tensão no resistor equivalente de 8 Ω.
$V_{10/40} = V_8 = (R_8) \times (I_{fonte})$
$V_{10/40} = V_8 = (8) \times (1{,}5789)$
$V_{10/40} = 12{,}6316$ V
Ou
$V_{fonte} = V_{30} + V_{10/40}$

$60 = (47{,}3684) + V_{10/40}$
$V_{10/40} = 60 - 47{,}3684$
$V_{10/40} = 12{,}6316$ V

g) A corrente no resistor de 10Ω.
$I_{10} = (V_{10/40}) \div (R10)$
$I_{10} = (12{,}6316) \div (10)$
$I_{10} = 1{,}26316$ A

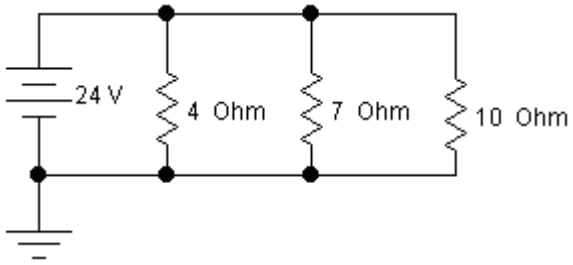
h) A corrente no resistor de 40Ω
$I_{40} = (V_{10/40}) \div (R40)$
$I_{40} = (12{,}6316) \div (40)$
$I_{40} = 0{,}31579$A (315,79mA)
$I_{fonte} = I_{10} + I_{40}$
$I_{fonte} = (1{,}26316) + (0{,}31579)$
$I_{fonte} = 1{,}57895$ A

A seguir o circuito com todas as chaves fechadas e os instrumentos indicando os valores de tensão, corrente e potência.



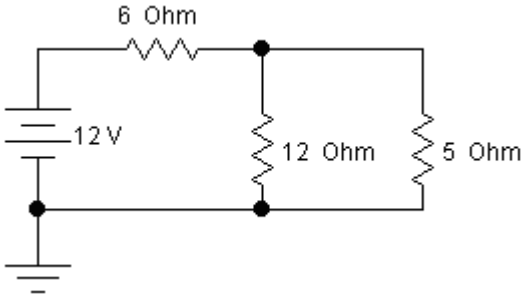
Exercícios propostos

1) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



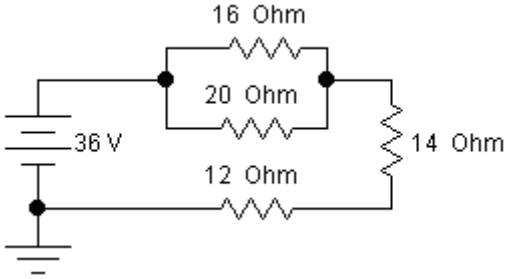
a) Resistência equivalente.
b) Corrente que a fonte fornece ao circuito.
c) Corrente nas resistências de 4 Ω, 7 Ω e 10 Ω.
d) Potência que a fonte fornece ao circuito.
e) Potência dissipada na resistência de 7 Ω.

2) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Resistência equivalente.
b) Corrente que a fonte fornece ao circuito.
c) Tensão na resistência de 12 Ω.
d) Corrente nas resistências de 12 Ω e de 5 Ω.
e) Potência que a fonte fornece ao circuito.
f) Potência dissipada na resistência de 5 Ω.

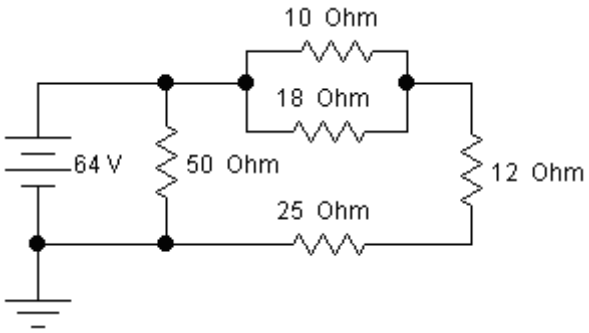
3) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Resistência equivalente.
b) Corrente que a fonte fornece ao circuito.
c) Tensão na resistência de 20 Ω.

d) Potência que a fonte fornece ao circuito.
e) Potência dissipada na resistência de 14 Ω.

4) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:

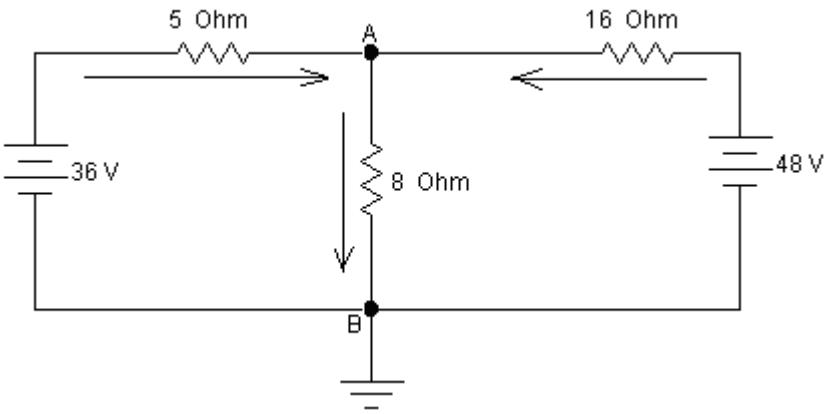


a) Resistência equivalente.
b) Corrente que a fonte fornece ao circuito.
c) Tensão na resistência de 12 Ω.
d) Potência que a fonte fornece ao circuito.
e) Potência dissipada na resistência de 25 Ω

2.5 LEIS DE KIRCHHOFF

1ª LEI DE KIRCHHOFF (lei dos nós): A soma algébrica das correntes que chegam a um nó e igual à soma algébrica das correntes que saem do nó.

No circuito a seguir:



As setas indicam o **sentido convencional da corrente**, ou seja:
A corrente sai do pólo positivo e entra no pólo negativo da fonte.

Observando as setas:
1) A corrente sai do positivo da fonte de 36 V, passa pela resistência de 5 Ω e entra no nó A.
2) A corrente sai do positivo da fonte de 48 V, passa pela resistência de 16 Ω e entra no nó A.
3) A corrente sai do nó A no sentido da resistência de 8 Ω.

Arbitrando que as correntes que entram no nó A sejam negativas e a que sai do nó A positiva, a expressão matemática fica:

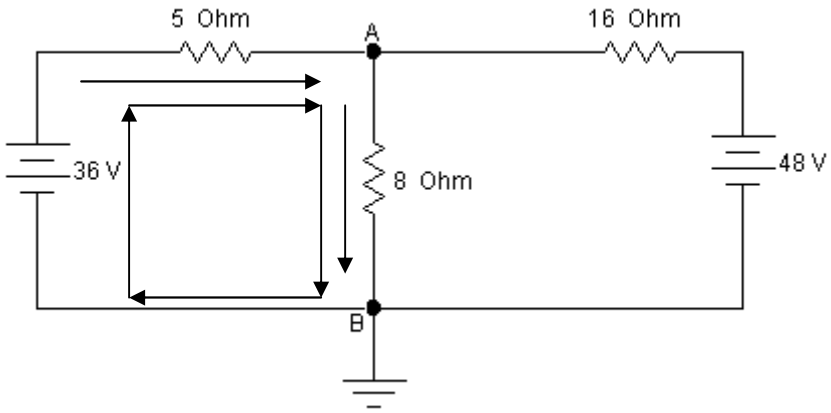
$- I_5 - I_{16} + I_8 = 0$

$I_8 = I_5 + I_{16}$

2ª LEI DE KIRCHHOFF (lei das malhas): A soma das tensões em uma malha de um circuito elétrico é igual à zero.

Nos circuitos a seguir:

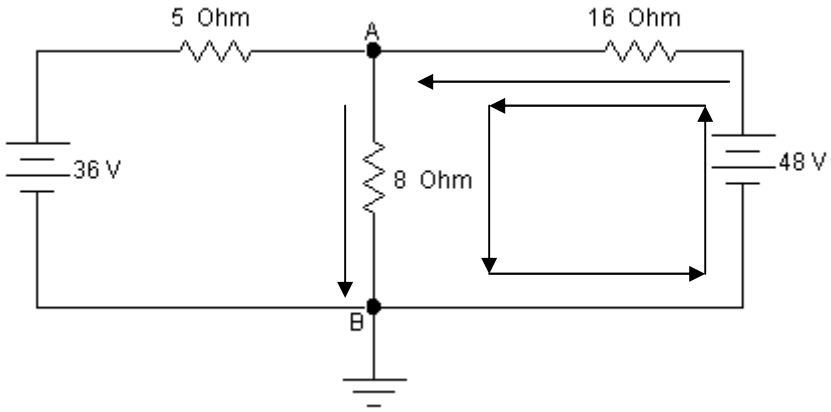
1ª MALHA:



Arbitrando-se que as correntes saem dos pólos positivos das fontes que são as fornecedoras de energia, então logo, devem entrar no lado positivo das resistências que são as consumidoras de energia.

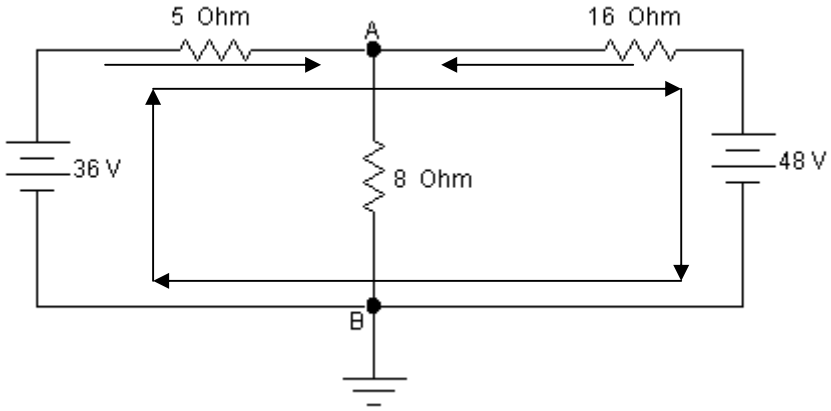
Para a 1ª malha a equação das tensões: $-36 + 5(I_5) + 8(I_8) = 0$

2ª MALHA:



Para a 2ª malha a equação das tensões: $-48 + 16(I_{16}) + 8(I_8) = 0$

3ª MALHA:



Na 3ª malha na resistência de 16 Ω e na fonte de 48 V, a seta da soma das tensões está em sentido contrário à seta da corrente.

Para a 3ª malha a equação das tensões: $-36 + 5(I_5) - 16(I_{16}) + 48 = 0$

a) Calcular as correntes do circuito.
Equação do nó A: $I_8 = I_5 + I_{16}$
Equação da 1ª malha: $-36 + 5(I_5) + 8(I_8) = 0$
Equação da 2ª malha: $-48 + 16(I_{16}) + 8(I_8) = 0$
Equação da 3ª malha: $-36 + 5(I_5) - 16(I_{16}) + 48 = 0$

1º passo: substituir à equação do nó A na equação da 1ª malha:
$-36 + 5(I_5) + 8(I_5 + I_{16}) = 0$
$-36 + 5(I_5) + 8(I_5) + 8(I_{16}) = 0$
$-36 + 13(I_5) + 8(I_{16}) = 0$ (Equação I)

2º passo: substituir à equação do nó A na equação da 2ª malha:
$-48 + 16(I_{16}) + 8(I_5 + I_{16}) = 0$
$-48 + 16(I_{16}) + 8(I_5) + 8(I_{16}) = 0$
$-48 + 8(I_5) + 24(I_{16}) = 0$ (Equação II)

3º passo: multiplicar a Equação I por (–3)
Equação I: $[-3]x[-36 + 13(I_5) + 8(I_{16}) = 0]$
$+ 108 - 39(I_5) - 24(I_{16}) = 0$

4º passo: subtrair a Equação I multiplicada por (–3) da Equação II:

$$\begin{array}{ll} & + 108 - 39(I_5) - 24(I_{16}) = 0 \\ \text{Equação II:} & \underline{- \ 48 + 8(I_5) + 24(I_{16}) = 0} \\ & + 60 - 31(I_5) \quad 0 \quad = 0 \\ & + 60 = 31(I_5) \\ & \qquad I_5 = 60 \div 31 = 1{,}9355 \text{ A} \end{array}$$

5º passo: substituir o valor calculado de I_5 em uma das equações das malhas, por exemplo, da 1ª malha para calcular I_8.
Equação da 1ª malha: - 36 + 5(I5) + 8(I8) = 0
$-36 + 5(1{,}9355) + 8(I_8) = 0$
$-36 + 9{,}6774 + 8(I_8) = 0$

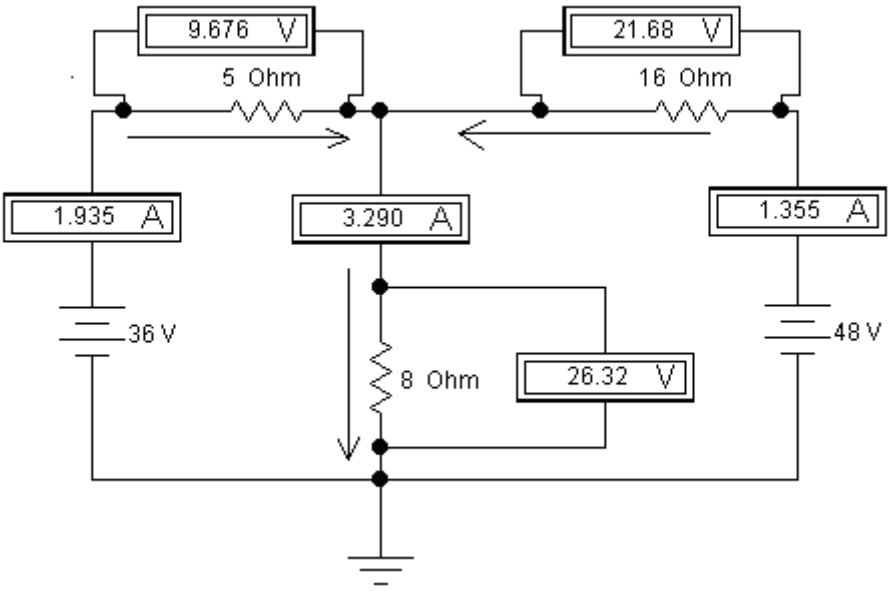
$-36 + 9{,}6774 + 8(I_8) = 0$
$-26{,}3226 + 8(I8) = 0$
$8(I_8) = 26{,}3226$
$I_8 = 26{,}3226 \div 8 = 3{,}2903$ A

6º passo: para calcular o valor de I_{16} substituir o valor de I_8 na equação da 3ª malha ou na equação do nó A.

Equação do nó A: $I_8 = I_5 + I_{16}$
$3{,}2903 = 1{,}9355 + I_{16}$
$I_{16} = 3{,}2903 - 1{,}9355 = 1{,}3548$ A

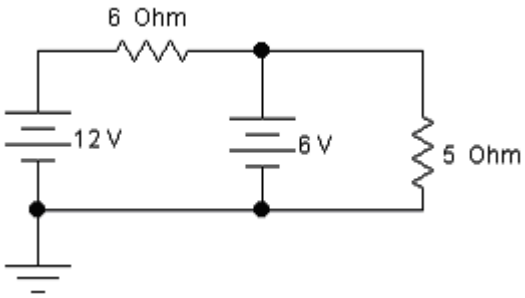
b) As tensões nas resistências.
$V_5 = (R_5) \times (I_5)$
$V_5 = (5) \times (1{,}9355)$
$V_5 = 9{,}6774$ V
$V_8 = (R_8) \times (I_8)$
$V_8 = (8) \times (3{,}2903) = 26{,}3224$ V
$V_{16} = (R_{16}) \times (I_{16})$
$V_{16} = (16) \times (1{,}3548)$
$V_{16} = 21{,}6768$ V

A seguir o circuito com os amperímetros e voltímetros indicando as medidas.



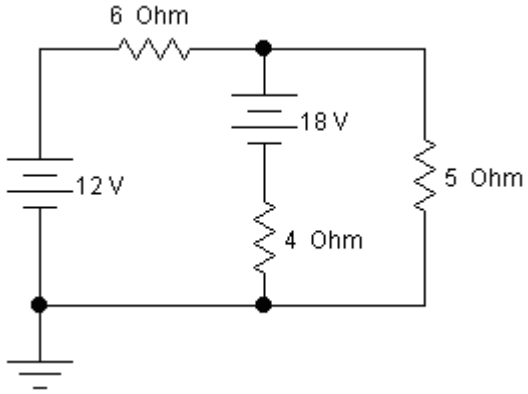
Exercícios propostos

1) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



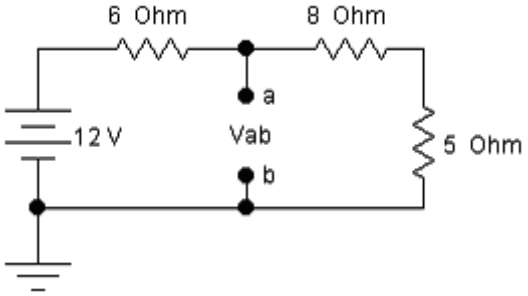
a) Corrente na resistência de 5 Ω.
b) Tensão na resistência de 6 Ω.
c) Corrente que a fonte de 12 V fornece.
d) Corrente que a fonte de 6 V fornece.
e) Potência dissipada nas resistências de 5 Ω e de 6 Ω.
f) Potência total do circuito.

2) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Corrente que a fonte de 12 V fornece.
b) Corrente que a fonte de 18 V fornece.
c) Tensão na resistência de 4 Ω.
d) Potência dissipada nas resistências de 5 Ω e de 6 Ω.
e) Potência total do circuito.

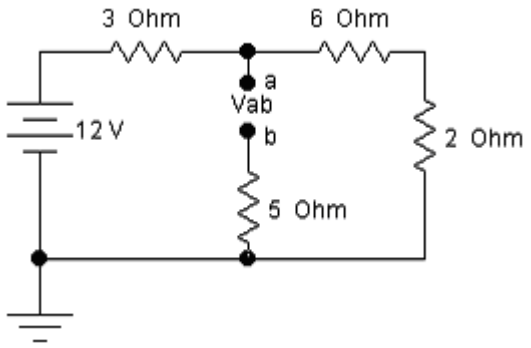
3) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



Obs.: Circuito aberto entre os pontos **a e b.**

a) Corrente que a fonte de 12 V fornece.
b) Tensões nas resistências de 8 Ω e de 5 Ω.
c) A tensão Vab.
d) Potência dissipada nas resistências de 5 Ω.

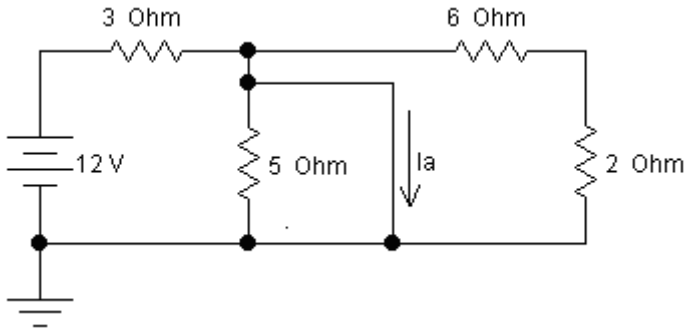
4) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



Obs.: Circuito aberto entre os pontos **a e b.**

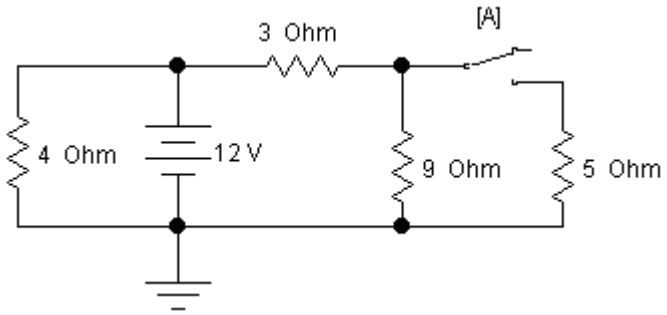
a) Corrente que a fonte de 12 V fornece.
b) Tensões nas resistências de 8 Ω e de 5 Ω.
c) A tensão Vab.
d) Potência dissipada na resistência de 5 Ω.

5) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Resistência equivalente tendo como referência a fonte de 12 V.
b) Corrente Ia.
c) As tensões nos resistores de 5 Ω, 6 Ω e 2 Ω.

6) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



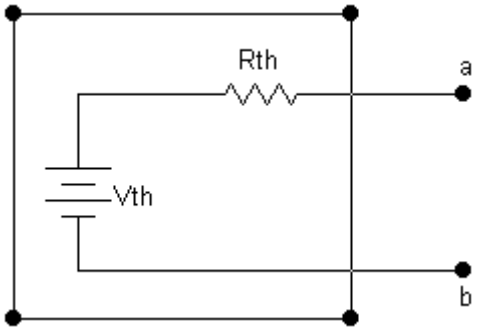
a) Com a chave A fechada, a corrente no resistor de 5 Ω.
b) Com a chave A aberta, a tensão sobre ela.

2.6 TEOREMAS DE THÉVENIN E DE NORTON

2.6.1 TEOREMA DE THÉVENIN

Este teorema estabelece que um circuito elétrico analisado de dois pontos quaisquer terá em relação a estes pontos um único valor de tensão equivalente (fonte de tensão) e um único valor de resistência equivalente, representando todos os componentes constantes no circuito.

A associação elétrica destes dois elementos será representada por um circuito série, como a seguir:



Onde: Vth = tensão de Thévenin, em volts (V); Rth = resistência de Thévenin, em ohms (Ω).

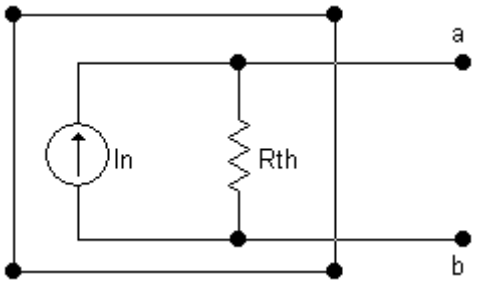
2.6.2 FONTE DE CORRENTE

É o elemento que, além de alimentar o circuito elétrico, possui a característica de manter constante o valor da sua corrente elétrica circulante independente do valor da resistência elétrica associada a ele.

2.6.3 TEOREMA DE NORTON

Este teorema estabelece que um circuito elétrico analisado de dois pontos quaisquer terá em relação a estes pontos um único valor de corrente equivalente (fonte de corrente) e um único valor de resistência equivalente, representando todos os componentes constantes no circuito.

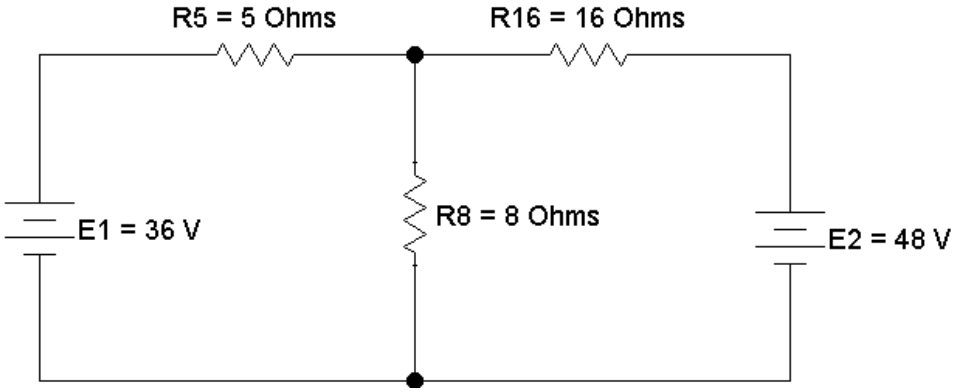
A associação elétrica destes dois elementos será representada por um circuito paralelo, como a seguir:



Onde: In = corrente de Norton, em ampéres (A); Rth = resistência de Thévenin, em ohms (Ω).

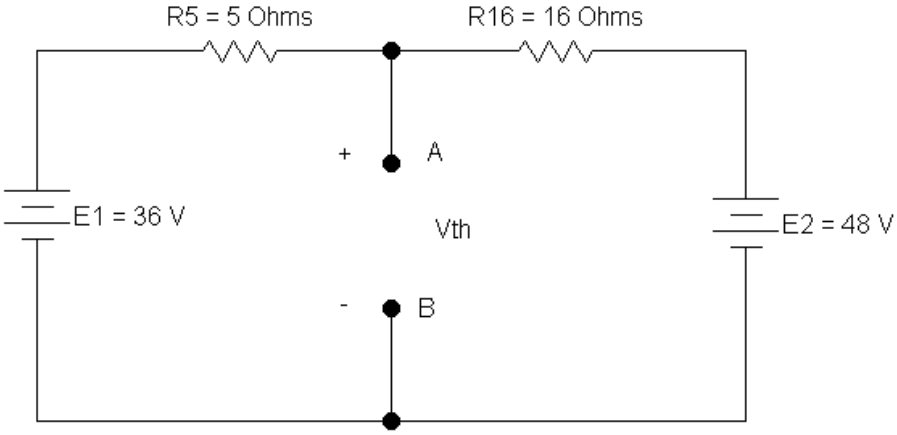
Exercício - Thévenin

Calcule no circuito a seguir os valores de tensão e corrente sobre cada resistor utilizando o Teorema de Thévenin, tendo como referência o resistor de 8 Ω.



Calcular a tensão de Thevénin

Para calcular a tensão de Thevènin remove-se o resistor de 8Ω e calcula a corrente I' da malha externa:



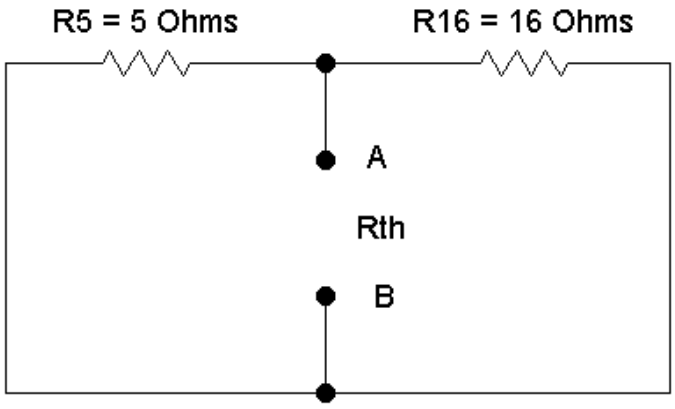
-48 + 16 I' +5 I' + 36 = 0
-12 + 21 I' = 0
21 I' = 12
I' = 12 / 21
I' = 0,5714 A

Com o valor de I', calcula-se a tensão de Thévenin, como segue:

$-V_{Th} + 5\ I' + 36 = 0$
$-V_{Th} + 5\ (0{,}5714) + 36 = 0$
$-V_{Th} + 2{,}8571 + 36 = 0$
$-V_{Th} = -\ 38{,}8571$
$V_{Th} = 38{,}8571$ V

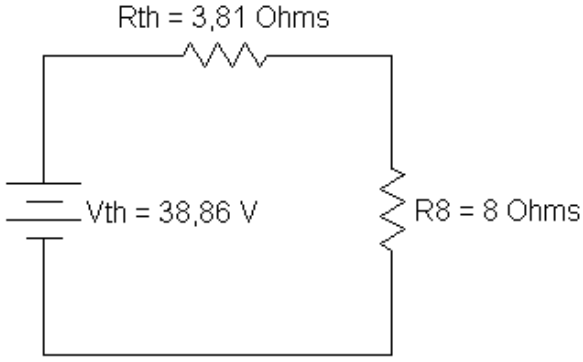
Calcular a resistência de Thevénin

A seguir removem-se as fontes de tensão e o local é curto-circuitado, restando somente resistores para o cálculo de resistência equivalente. Caso houvesse fontes de corrente, estas seriam removidas e os locais ficariam abertos.



$1/R_{Th} = (1/5)+(1/16)$
$1/R_{Th} = (0,2)+(0,0625)$
$1/R_{Th} = 0,2625$
$R_{Th} = 1/0,2625$
$R_{Th} = 3,8095\ \Omega$

Com a tensão e a resistência de Thevénin calculadas, monta-se o circuito equivalente de Thévenin devolvendo o Resistor de 8Ω aos pontos "A" e "B" e calcula-se a corrente circulante.

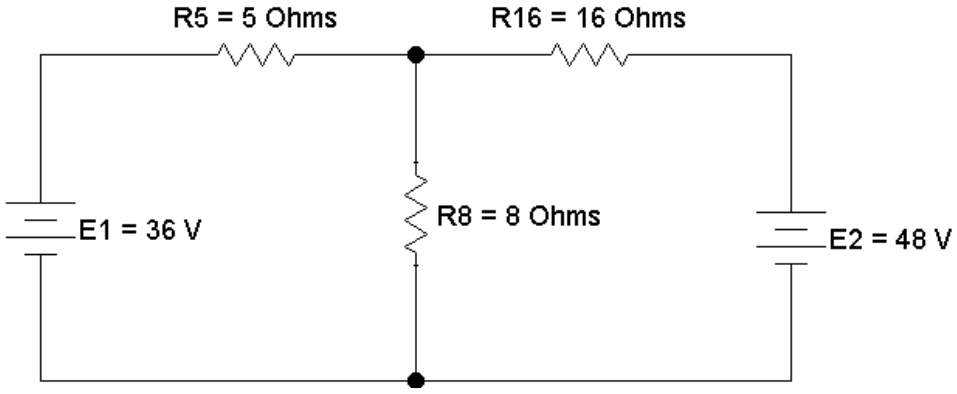


$R_{equivalente} = R_{Th} + R_8$
$R_{equivalente} = 3,8095 + 8$
$R_{equivalente} = 11,8095\ \Omega$

$I_8 = V_{Th} / R_{equivalente}$
$I_8 = 38,8571 / 11,8095$
$I_8 = 3,2920$ A

$V_8 = R_8 \times I_8$
$V_8 = 8 \times 3,2920$
$V_8 = 26,34$ V

Com os valores calculados pode-se escolher individualmente as malhas, no circuito original, e efetuar os cálculos dos valores restantes.



$-E_1 + 5\ I_5 + V_8 = 0$
$-36 + 5\ I_5 + 26{,}34 = 0$
$5\ I_5 = 9{,}66$
$I_5 = 9{,}66 / 5$
$I_5 = 1{,}93$ A

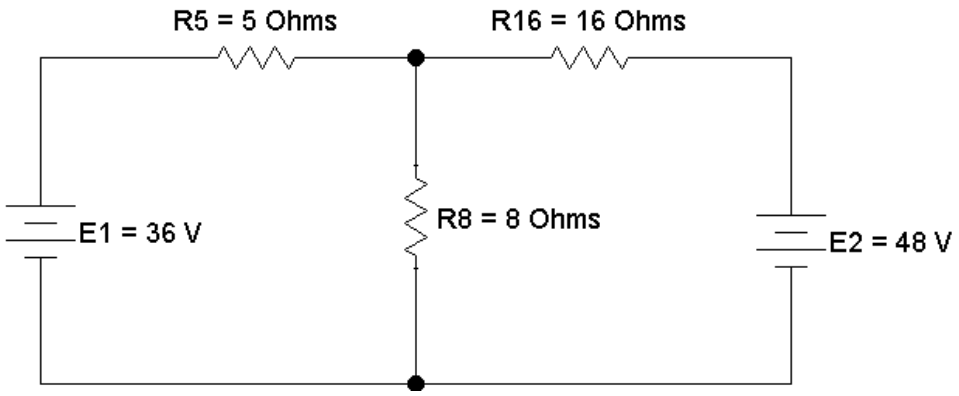
$V_5 = R_5 \times I_5$
$V_5 = 5 \times 1{,}93$
$V_5 = 9{,}66$ V

$-E_2 + 16\ I_{16} + V_8 = 0$
$-48 + 16\ I_{16} + 26{,}34 = 0$
$16\ I_{16} = 21{,}66$
$I_{16} = 21{,}66 / 16$
$I_{16} = 1{,}35$ A

$V_{16} = R_{16} \times I_{16}$
$V_{16} = 16 \times 1{,}35$
$I_{16} = 21{,}66$ V

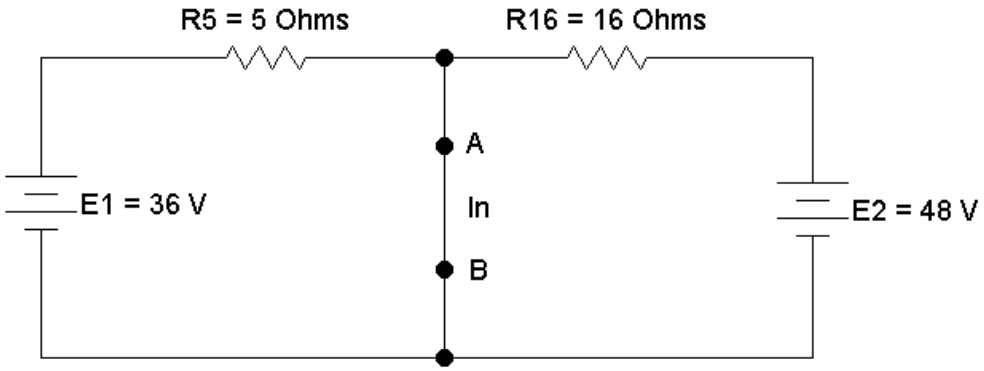
Exercício - Norton

Calcule no circuito a seguir os valores de tensão e corrente sobre o resistor de 8Ω utilizando o Teorema de Norton.



Calcular a corrente de Norton (In):

1) Remove-se o resistor de 8Ω.
2) Faz-se um curto-circuito nos terminais “A” e “B”, conforme diagrama a seguir.
3) Calcula a corrente elétrica que flui entre os pontos curto-circuitados (In). Esta é a corrente de Norton.



Para efetuar o cálculo se utiliza das Leis de Kirchhoff efetuando as análises de “Nós” e “Malhas”:

$I_n = I_5 + I_{16}$

$- E_1 + 5\ I_5 = 0$
$- 36 + 5\ I_5 = 0$
$5\ I_5 = 36$
$I_5 = 36 \div 5$
$I_5 = 7{,}2\ A$

$- E_2 + 16\ I_{16} = 0$
$- 48 + 16\ I_{16} = 0$
$16\ I_{16} = 48$
$I_{16} = 48 \div 16$
$I_{16} = 3\ A$

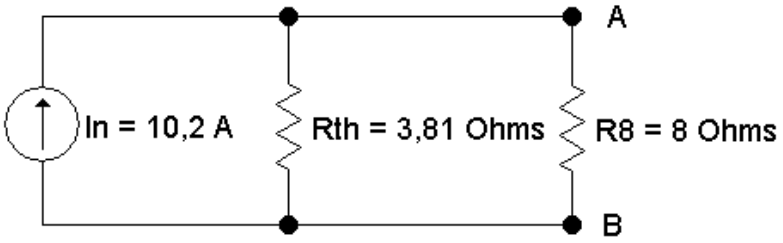
$I_n = I_5 + I_{16}$
$I_n = 7{,}2 + 3$
$I_n = 10{,}2\ A$

A corrente de Norton pode ser obtida através do equivalente de Thévenin, ou seja:

$I_n = V_{Th} / R_{Th}$
$I_n = 38,8571 / 3,8095$
$I_n = 10,2$ A

A resistência equivalente do circuito é a mesma de Thévenin.

Com os valores calculados monta-se o circuito equivalente de Norton e devolve o resistor de 8Ω aos pontos "A" e "B".



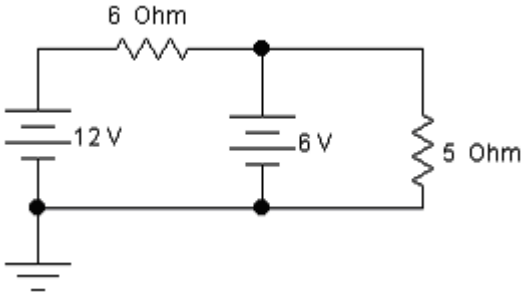
Para calcular a tensão e a corrente sobre o resistor de 8Ω, faz-se:
$1/R_{equivalente} = 1/(3,81)+1/(8)$
$1/R_{equivalente} = (0,2625)+(0,125)$
$1/R_{equivalente} = 0,3875$
$R_{equivalente} = 1/0,3875$
$R_{equivalente} = 2,58\ \Omega$

$V_8 = R_{equivalente} \times I_N$
$V_8 = 2,58 \times 10,2$
$V_8 = 26,34$ V

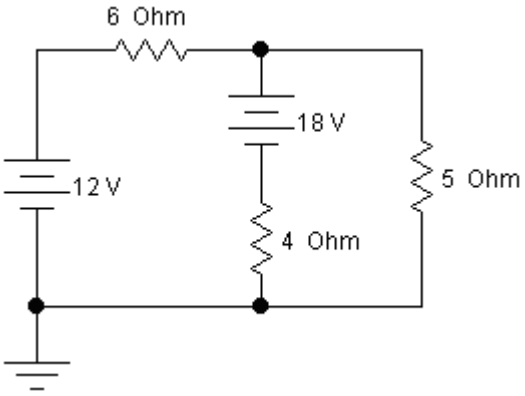
$I_8 = V_8 \div R_8$
$I_8 = 26,34 \div 8$
$I_8 = 3,2920$ A

Exercícios Propostos - Utilizar o Teorema de Thévenin e Teorema de Norton

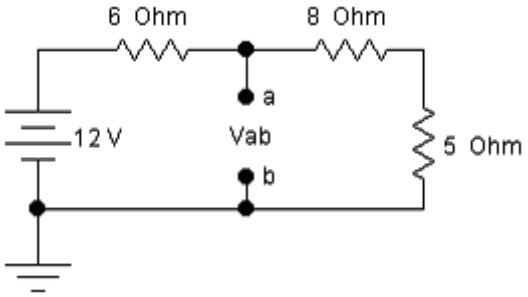
1) Calcule o circuito equivalente de Thévenin tendo como referência o resistor de 6Ω. Posteriormente calcule a corrente no resistor de 6Ω.



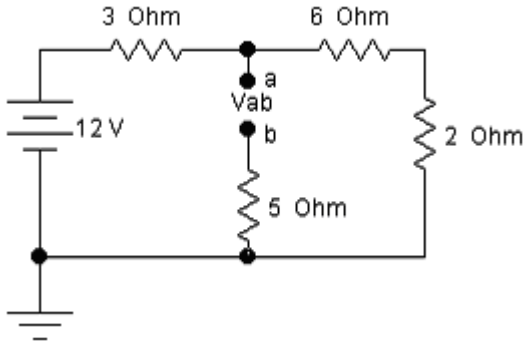
2) Calcule o circuito equivalente de Norton tendo como referência o resistor de 5Ω. Posteriormente calcule a tensão e a corrente no resistor de 5Ω.



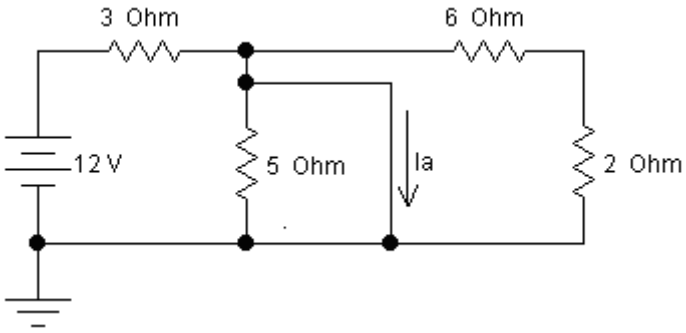
3) Calcule o circuito equivalente de Thévenin tendo como referência a tensão Vab.



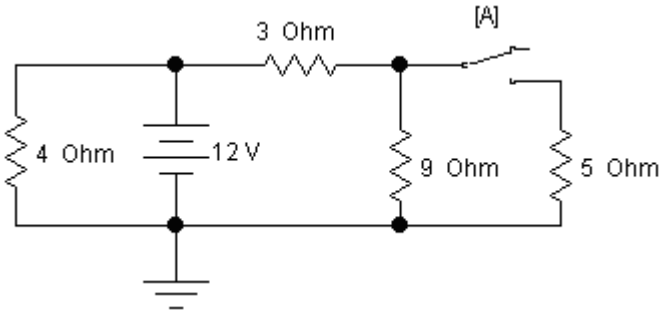
4) Calcule o circuito equivalente de Thévenin tendo como referência a tensão Vab.



5) Calcule o circuito equivalente de Norton tendo como referência a corrente Ia.



6) Calcule o circuito equivalente de Thévenin tendo como referência a tensão na chave A.

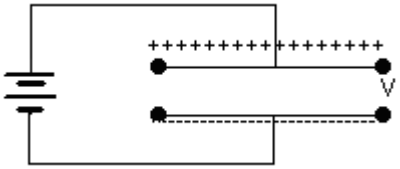


3 Unidade 3 - CAPACITORES

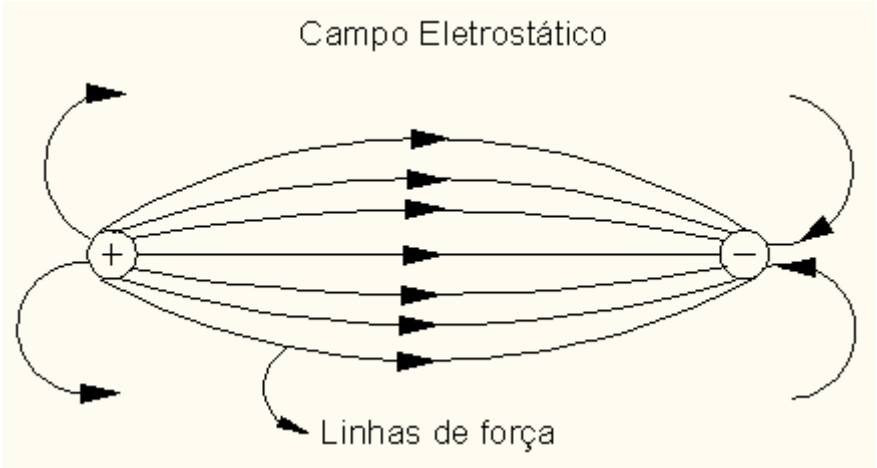
Dispondo-se de duas placas paralelas condutoras de carga elétrica, separadas por um isolante (por exemplo, o ar).

Considerando que uma das placas seja ligada ao pólo positivo e a outra ao pólo negativo de uma fonte de força eletromotriz (por exemplo, uma bateria), vai ocorrer o descrito a seguir:

- A placa ligada ao pólo positivo da fonte perderá elétrons ficando com cargas positivas, pois, o pólo positivo da fonte atrairá elétrons da placa.
- A placa ligada ao pólo negativo da fonte receberá elétrons ficando com cargas negativas, pois, o pólo negativo da fonte repelirá elétrons em direção a placa.



3.1 CAMPO ELÉTRICO



As linhas de força do campo elétrico possuem uma direção e um sentido, por isto são representadas por um vetor (E) chamado de campo elétrico.

$E = (\Delta V) \div (\Delta d)$

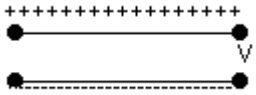
Onde: E = campo elétrico, em volt/metro (V/m); ΔV = Variação da diferença de potencial, em volt (V); Δd = variação da distância, em metros (m).

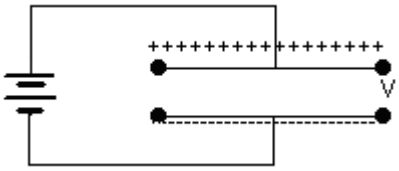
Aumentando a diferença de potencial (V) entre as placas o campo elétrico (E) aumenta.

Aumentando a distância (d) entre as placas o campo elétrico (E) diminui.

3.2 CAPACITOR

São dois condutores separados por isolante (dielétrico) que quando submetidos a uma diferença de potencial (tensão, força eletromotriz), armazenam cargas elétricas. Um dos condutores fica carregado com cargas negativas e o outro com cargas positivas.





3.3 CAPACITÂNCIA

A diferença de potencial entre as placas de um capacitor é proporcional às cargas elétricas armazenadas pelas placas, ou seja: (V) α (q).

A constante de proporcionalidade entre as cargas (q) envolvidas e a diferença de potencial (V) é chamada de capacitância (C). A capacitância é medida em farad, cujo símbolo é (F), em homenagem a Michael Faraday, que, entre outras contribuições, também desenvolveu o conceito de capacitância.

C = (q)÷(V)

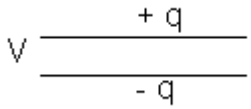
1 farad = 1 coulomb/volt

Na prática, são utilizados os submúltiplos do farad:
- microfarad (μF = 10^{-6} F).
- nanofarad (nF = 10^{-9} F).
- picofarad (ρF = 10^{-12} F).

Como a diferença de potencial (tensão) é proporcional a carga das placas do capacitor, então:

q = (C)x(V)

Onde: C = capacitância, em farad (F); V = diferença de potencial (tensão) entre as placas, em volt (V); q = módulo da carga existente em uma das placas, em coulomb (C), pois, o módulo total das cargas das duas placas é igual a zero.



A corrente é dada por:

I = (q)÷(t),

Substituindo q = (C)x(V), em: I = (q)÷(t), tem-se:

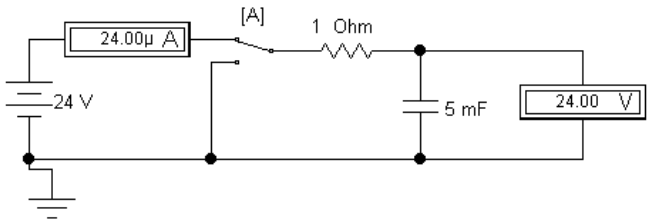
I = [(C)x(V)]÷(t)

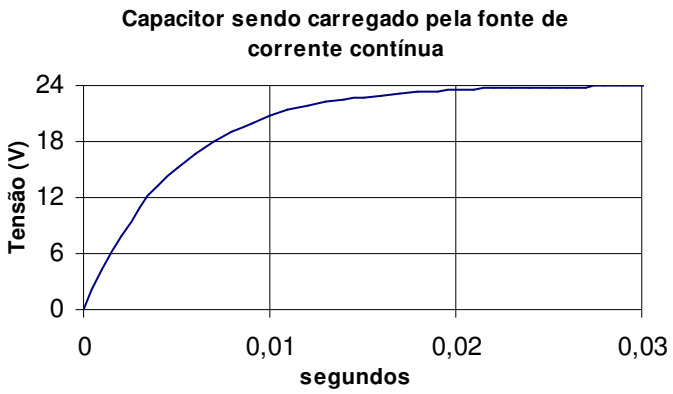
Na maioria das aplicações, a diferença de potencial entre as placas do capacitor é variável (senoidal ou pulsada) em relação ao tempo, não constante, como foi visto até aqui, então a expressão pode ser escrita:

I = (C)x(ΔV)÷(Δt)

Onde: I = corrente, em ampéres (A); C = capacitância em farad (F); ΔV = variação da diferença de potencial (tensão), em volts (V); Δt = variação do tempo, em segundos (s).

Em um capacitor ligado a uma fonte de corrente contínua, somente haverá corrente até o instante em que o capacitor carregar totalmente, a partir deste a corrente cessa.



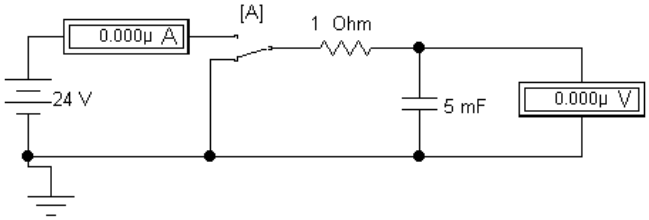


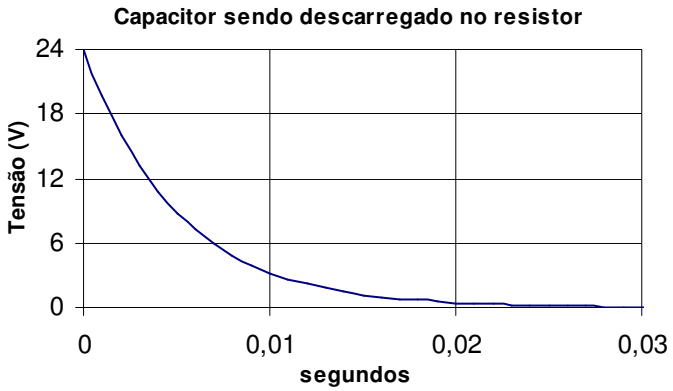
A expressão matemática que relaciona a variação da tensão de zero até o valor máximo, com o tempo é:

$V = (V_{máximo})x(1 - e^{-t/RC})$

Onde: V=tensão no circuito, em volts (V); $V_{máximo}$=tensão máxima da fonte de corrente contínua, em volts (V); e=2,7183 (constante); t=tempo, em segundos (s); R=resistência, em ohms (Ω); C=capacitância, em farad (F).

Se o capacitor é conectado a uma resistência, descarrega, e sua energia é transformada em calor na mesma.





A expressão matemática que relaciona a variação da tensão do valor máximo até zero, com o tempo é:

$V = (V_{máximo})x(e^{-t/RC})$

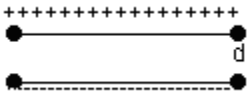
Onde: V=tensão no circuito, em volts (V); $V_{máximo}$=tensão máxima da fonte de corrente contínua, em volts (V); e=2,7183 (constante); t=tempo, em segundos (s); R=resistência, em ohms (Ω); C=capacitância, em farad (F).

A capacitância depende basicamente de fatores geométricos:
1) Da forma geométrica das placas do capacitor.
2) Da disposição da uma placa em relação à outra.
3) Do meio onde as placas estão imersas.

Na eletricidade e na eletrônica os capacitores são empregados para reduzir flutuações de tensão em fontes eletrônicas, para transmitir sinais, por meio de pulsos, para gerar ou detectar oscilações eletromagnéticas de radiofreqüência, para produzir atrasos na propagação de sinais, etc.

3.4 CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS

A expressão a seguir serve somente para calcular a capacitância de capacitores de placas paralelas separadas por uma distância d.



$C = (k)x(\xi o)x(A)\div(d)$

Onde: C = capacitância, em farad (F); k = constante dielétrica do material que separa as placas do capacitor (adimensional); ξo = permissividade do vácuo ($8,85 \times 10^{-12}$ F/m); A = área das placas, em m^2; d = distância entre as placas, em m.

ALGUMAS CONSTANTES DIELÉTRICAS	
	Constante dielétrica (k) (não possui unidade)
Vácuo	1
Ar	1,00054
Papel	3,5
Mica	5,4
Porcelana	6,5
Polietileno	2,3
Poliestireno	2,6
Óleo Piranol	4,5

Exercício

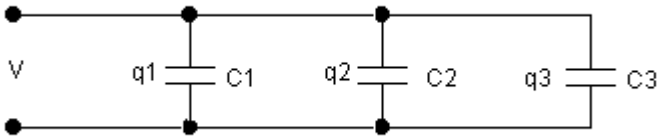
Qual a área das placas de um capacitor de placas paralelas, imersas no ar, separadas de 0,5 mm, para que sua capacitância seja de 1 F?

$C = (k)x(\xi o)x(A)\div(d)$
$0,5 \text{ mm} = 0,5 \times 10^{-3} \text{ m}$
$1 = (1,00054) \times (8,85 \times 10^{-12}) \times (A) \div (0,5 \times 10^{-3})$
$1 = (8,855 \times 10^{-12}) \times (A) \div (0,5 \times 10^{-3})$
$1 = (17,710 \times 10^{-9}) \times (A)$
$A = 1\div(17,710 \times 10^{-9})$
$A = 0,0565 \times 10^{+9} \text{ m}^2 = 56,47 \text{ km}^2$

Isto corresponde à área de uma placa quadrada com 7,51 km de lado. Por isto que na prática se utiliza os submúltiplos do farad, pois, o farad é uma unidade muito grande para as necessidades práticas.

3.5 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES LIGADOS EM PARALELO

Para determinar a capacitância equivalente somam-se as capacitâncias nominais de cada capacitor.

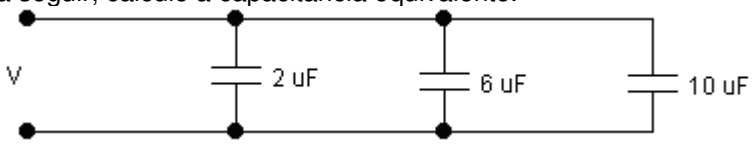


$q_1 = (C_1 x V)$
$q_2 = (C_2 x V)$
$q_3 = (C_3 x V)$

$q = q_1 + q_2 + q_3$
$q = (C_1 x V) + (C_2 x V) + (C_3 x V)$
$q = [(C_1 + C_2 + C_3) \times (V)]$

$C = (q) \div (V)$
$C_{equivalente} = [(C_1 + C_2 + C_3) \times (V)] \div (V)$
$C_{equivalente} = C_1 + C_2 + C_3$

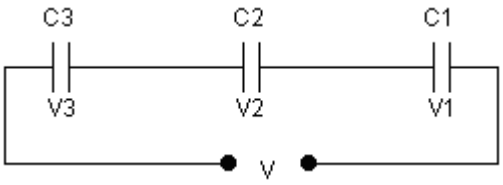
Exemplo
Para o circuito a seguir, calcule a capacitância equivalente.



$C_{equivalente} = 2 + 6 + 10 = 18\ \mu F$

3.6 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES LIGADOS EM SÉRIE

Para determinar a capacitância equivalente somam-se os inversos das capacitâncias nominais de cada capacitor.

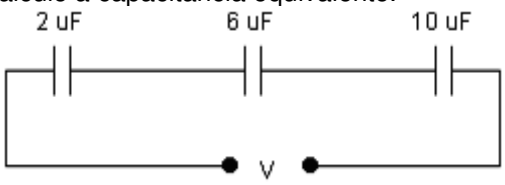


$V_1 = (q \div C_1)$
$V_2 = (q \div C_2)$
$V_3 = (q \div C_3)$

$V = V_1 + V_2 + V_3$
$V = (q \div C_1) + (q \div C_2) + (q \div C_3)$
$V = [(C_1 + C_2 + C_3) \div (q)]$

$C = (q) \div (V)$
$C_{equivalente} = q \div [q \div (C_1 + C_2 + C_3)]$
$C_{equivalente} = (1) \div [1 \div (C_1 + C_2 + C_3)]$
$1/C_{equivalente} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$

Exercício
Para o circuito a seguir, calcule a capacitância equivalente.

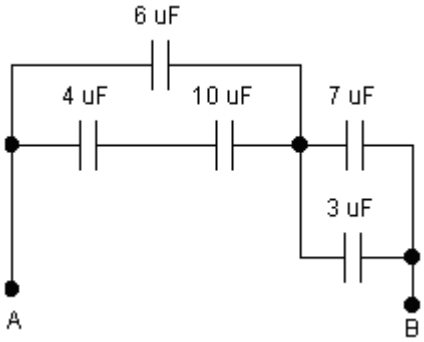


$1/C_{equivalente} = 1/2 + 1/6 + 1/10$
$1/C_{equivalente} = 0,5 + 0,17 + 0,1$
$1/C_{equivalente} = 0,77$
$C_{equivalente} = 1/0,77$
$C_{equivalente} = 1,30\ \mu F$

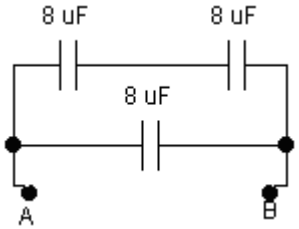
Exercícios propostos

1) Analisando a formula para calcular a capacitância do capacitor de placas paralelas. A capacitância depende de quais grandezas elétricas e geométricas do capacitor?

2) Para o circuito a seguir, calcule a capacitância equivalente.



3) Para o circuito a seguir, calcule a capacitância equivalente.



4 Unidade 4 - MAGNETISMO E ELETROMAGNETISMO

Imã é um corpo capaz de atrair ferro, cobalto, níquel, algumas ligas e óxido salino de ferro (Fe_2O_4). Os imãs utilizados na prática são obtidos artificialmente. O minério de ferro denominado magnetita é um imã natural. Seu constituinte principal é o (Fe_2O_4).

PÓLOS NORTE E SUL

Todos os imãs que se movem livremente adquirem a mesma orientação em relação à Terra. O pólo norte do imã aponta para as proximidades do pólo sul geográfico da Terra e em conseqüência o pólo sul do imã aponta para o pólo norte geográfico da Terra.

TEORIA DOS IMÃS ELEMENTARES (DE WEBER)

De acordo com esta teoria, as substâncias magnetizáveis seriam constituídas por um conjunto de imãs elementares.

Normalmente estes imãs estariam arrumados ao acaso. Imantar um corpo nada mais seria que orientar os seus imãs elementares num mesmo sentido.

Alguns fatos estão a favor desta teoria:

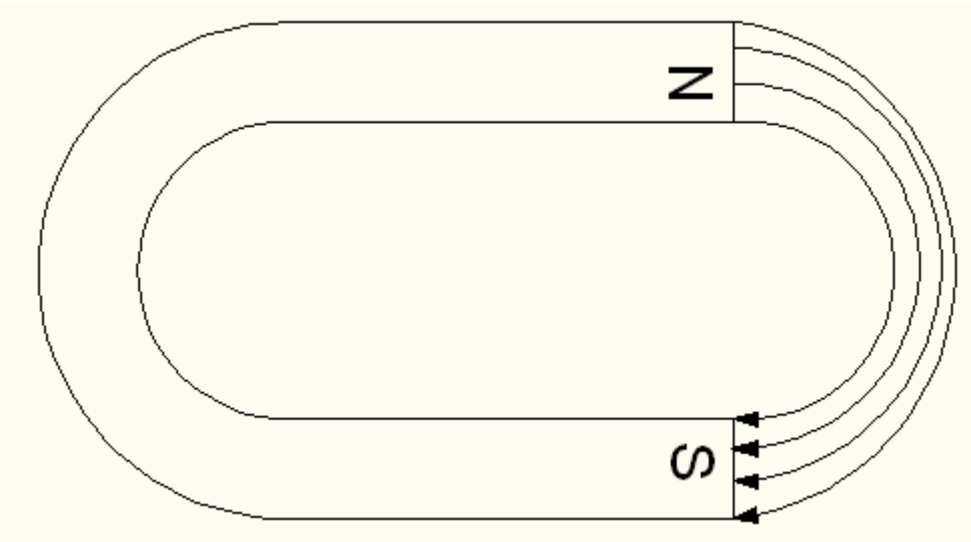
Se um imã for dividido, cada parte se comporta como um novo imã.

Não se consegue aumentar a imantação de um corpo além de um limite (há saturação).

O imã perde suas propriedades magnéticas quando submetido a ações capazes de provocar desestruturação nos imãs elementares, tais como: vibrações e aquecimento.

4.1 CAMPO MAGNÉTICO

As linhas de indução magnética de um imã saem do pólo norte e entram no pólo sul. Como estas linhas possuem uma direção e um sentido, são representadas por um vetor, chamado de indução magnética designado pela letra B, cuja unidade é o tesla (T).



A indução magnética (B) será grande, onde as linhas de indução estiverem próximas umas das outras, onde estiverem separadas será pequena.

4.2 LEI DE AMPÈRE

Em 1820, Hans Christian Oersted descobriu que a corrente elétrica produz efeitos magnéticos.

LEI DE AMPÈRE PARA UM CONDUTOR CIRCULAR

Um condutor elétrico de seção reta circular, percorrido por uma corrente (I), produz ao seu redor indução magnética (B).

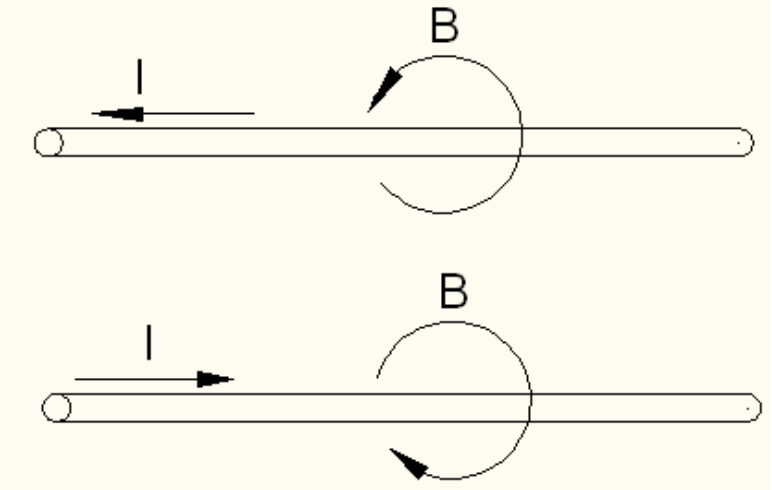
A indução magnética (B) para um condutor retilíneo longo, com seção circular, percorrido por uma corrente (I), são circunferências com centro no condutor.

REGRA DA MÃO DIREITA PARA UM CONDUTOR

Para determinar o sentido do vetor indução magnética (B) em um condutor, procede-se da seguinte forma:

Segurar o condutor com a mão direita, com o polegar apontando no sentido da corrente (I). As extremidades dos dedos encurvados em torno do condutor apontarão o sentido do vetor (B).

Caso a corrente tenha sentido oposto, a indução magnética, também, terá sentido oposto.



A indução magnética (B) é diretamente proporcional a corrente (I) e inversamente proporcional à distância do centro do condutor a circunferência de (B), ou seja:

1) Quanto maior o valor da corrente (I), maior a indução magnética (B).

2) Quanto maior a distância do centro do condutor a circunferência de (B), menor a indução magnética (B).

4.3 CAMPO MAGNÉTICO EM UM SOLENÓIDE

Um solenóide é o enrolamento de um condutor que envolve uma superfície normalmente em forma cilíndrica. Esse condutor enrolado na forma helicoidal também é chamado de bobina. Cada volta completa desse condutor é uma espira. Logo um solenóide (bobina) é composto por muitas espiras.

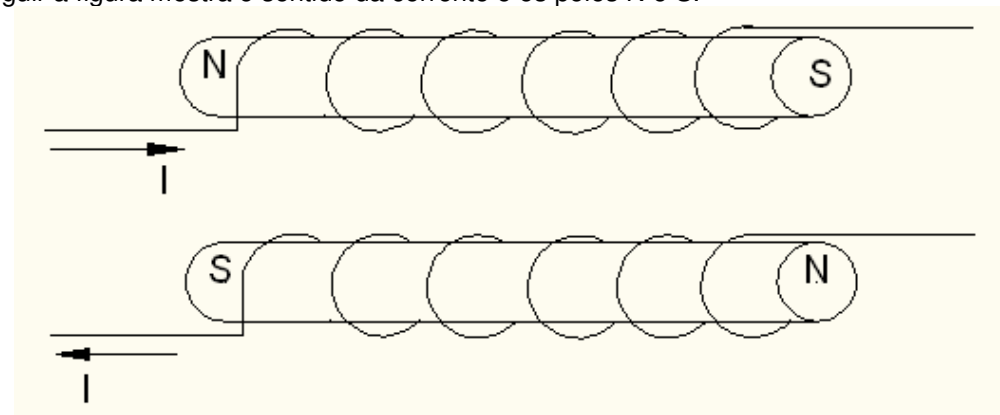
Quando o condutor do solenóide é percorrido por uma corrente elétrica, terá um campo magnético maior do que o de uma espira associado a ele, pois, os campos das espiras se somarão resultando no campo magnético do solenóide. Este campo é praticamente uniforme no interior do solenóide. Assim como em um imã natural, as extremidades do solenóide também estão associadas aos pólos norte e sul.

REGRA DA MÃO DIREITA PARA UM SOLENÓIDE

Para determinar o sentido dos pólos N e S de um solenóide (bobina), procede-se da seguinte forma:

Segurar o solenóide com a mão direita, as extremidades dos dedos encurvados em torno do solenóide apontarão o sentido da corrente (I). O polegar indica o N do solenóide.

A seguir a figura mostra o sentido da corrente e os pólos N e S.



A expressão matemática que relaciona indução magnética (B), com a corrente em um solenóide de superfície cilíndrica de comprimento longo é:

B = (μo)x(I)x(N)

Sendo: B = indução magnética, em tesla (T); μo é chamado de permeabilidade, para a lei de Ampère, $\mu o=4\pi x10^{-7}$ Weber/A.m; I=corrente no condutor, em ampères (A); N=número de espiras do solenóide.

Exemplo

Um solenóide com superfície cilíndrica, longo tem 1000 espiras, percorrido por uma corrente de 3 A. Qual a indução magnética (B) no centro do solenóide?

B = (μo)x(I)x(N)

$B = (4\pi x10^{-7})x(3)x(1000) = 37,70 \times 10^{-4}$ T

4.4 CORRENTE INDUZIDA

Quando um imã se aproxima de uma bobina, enquanto o imã estiver em movimento, haverá uma corrente induzida na bobina, esta corrente induz, na bobina, um campo magnético.

O pólo magnético induzido na face da bobina que está se aproximando do imã é de mesmo nome do pólo magnético da face do imã, em conseqüência tenderão a se repelir.

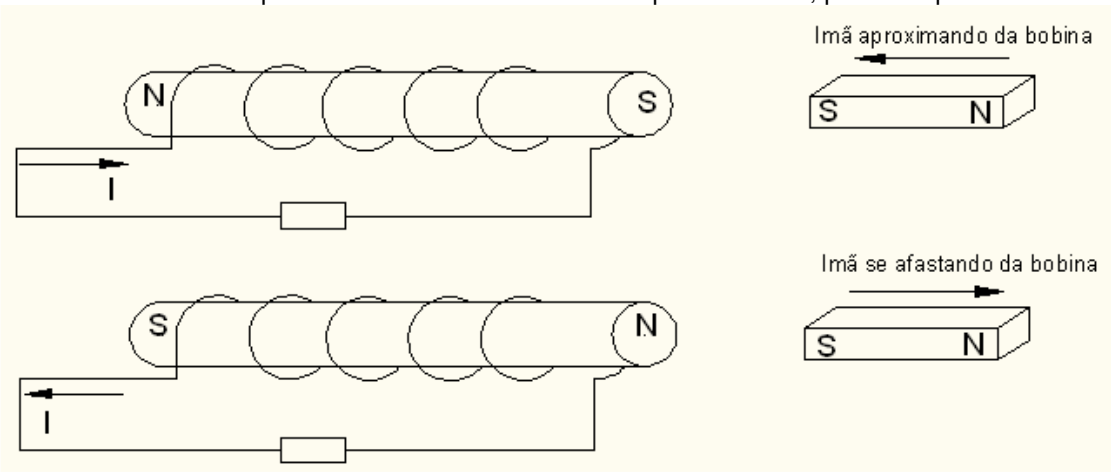
Ou seja, com a aproximação do imã, será induzido na bobina um campo magnético que se oporá a aproximação: espira – imã.

Ocorrerá o contrário quando o imã estiver se afastando da bobina será induzida na bobina um campo que se oporá ao afastamento: espira – imã.

As figuras a seguir mostram estas situações:

1) Na primeira figura o pólo sul do imã está se aproximando da bobina, em conseqüência, induzirá uma corrente no sentido de criar um pólo sul na face da bobina da qual se aproxima, para se opor a aproximação.

2) Na segunda figura o pólo sul do imã está se afastando da bobina, em conseqüência induzirá uma corrente no sentido de criar um pólo norte na face da bobina da qual se afasta, para se opor ao afastamento.



4.5 FLUXO MAGNÉTICO OU FLUXO DE INDUÇÃO MAGNÉTICA (Φ)

Faraday introduziu o conceito de **Fluxo de Indução** ou **Fluxo Magnético**: imagine as linhas de indução magnética (B) atravessando a área (A) de uma superfície. Ao aumentar o número de linhas que atravessam a superfície, o fluxo de indução aumenta. Ao diminuir o número de linhas, o fluxo de indução diminui.

A expressão matemática do fluxo magnético é:

Φ = (B) x (A)

Sendo: Φ = fluxo magnético, em weber (Wb); B = vetor indução magnética, em tesla (T); A=área da superfície por onde atravessam as linhas de indução magnética, em metros quadrados (m^2).

4.6 LEI DE FARADAY

A lei de indução de Faraday afirma que a corrente elétrica induzida na espira é devido à variação do fluxo magnético, por isto, só haverá corrente enquanto a espira estiver em movimento.

A variação do campo magnético e em conseqüência a variação no fluxo de indução em uma espira, podem ser obtidas variando-se:

1) A área de fluxo magnético abraçada pela espira.

2) A intensidade do campo magnético (que pode ser obtida aproximando-se ou afastando-se o ímã em relação à espira).

3) A inclinação da espira em relação às linhas que atravessam o campo magnético.

4.7 LEI DE LENZ

O físico Heinrich Friedrich Lenz, estudando a lei de indução de Faraday, enunciou em 1834 a lei que determina o **sentido da corrente elétrica induzida numa espira**. Essa lei afirma que a corrente elétrica induzida tem um sentido que se opõe (por seus efeitos) à variação do fluxo das linhas de campo associadas a ela.

A EXPRESSÃO MATEMÁTICA DA LEI DE FARADAY – LENZ É:

$$V = -(\Delta\Phi)\div(\Delta t)$$

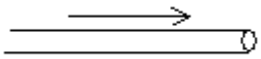
Para uma bobina com N espiras:

$$V = -(N)x(\Delta\Phi)\div(\Delta t)$$

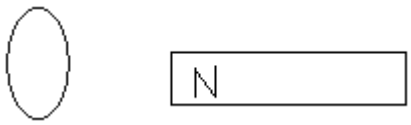
Onde: V = força eletromotriz induzida, em volts (V); N = número de espiras da bobina; $\Delta\Phi$ = variação do fluxo magnético, em weber (Wb); Δt = variação do tempo, em segundos (s).

Exercícios propostos

1) É possível separar os pólos de um imã? Explique.
2) É possível aumentar indefinidamente a imantação de um imã? Explique.
3) Defina indução magnética e qual sua unidade?
4) Defina fluxo magnético e qual sua unidade?
5) No condutor a seguir a seta está indicando o sentido da corrente. Desenhe o sentido da indução magnética.



6) No desenho a seguir o imã está se aproximando da espira. Qual o pólo que se formará na face da espira que está se aproximando do imã e o sentido da corrente na espira.



5 Unidade 5 - INDUTÂNCIA

A indução magnética (B) e em conseqüência o fluxo magnético (Φ) são proporcionais a corrente (I α Φ).

Se a indução magnética for variável, o fluxo e a corrente serão variáveis, então, haverá no condutor elétrico, uma autoindução de força eletromotriz que se oporá a causa que a originou.

A autoindução de força eletromotriz é mais intensa nas bobinas, pois nelas, a concentração da indução magnética é maior.

A constante de proporcionalidade entre a corrente (I) e o fluxo magnético (Φ) é chamada de indutância, representada pela letra L, cuja unidade é o henry (H).

$(N)x(\Delta\Phi) = (L)x(\Delta I)$

Pela lei de Faraday-Lenz a força eletromotriz é dada por:

$V = -(N)x(\Delta\Phi)\div(\Delta t)$

Substituindo $(N)x(\Delta\Phi) = (L)x(\Delta I)$, em: $V = -(N)x(\Delta\Phi)\div(\Delta t)$, então:

A FORÇA ELETROMOTRIZ AUTOINDUZIDA É DADA POR:

$V = -(L)x(\Delta I)\div(\Delta t)$

Onde: V = força eletromotriz autoinduzida, em volts (V); L = indutância, em henry (H); ΔI=variação da corrente, em ampères (A); Δt = variação do tempo, em segundos (s).

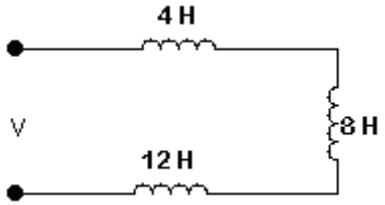
Nos casos que há variação da corrente, porém não linear, como nas ondas senoidais, para calcular o termo $(\Delta I)\div(\Delta t)$, há necessidade de usar cálculo diferencial que não é objetivo deste estudo.

A indutância de um condutor depende basicamente de fatores geométricos, como: dimensões e, no caso de uma bobina, também, da forma como os condutores são enrolados, etc.

5.1 ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES EM SÉRIE

Somam-se os valores nominais dos indutores.

$L_{equivalente} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_n$



Para o circuito anterior se faz:

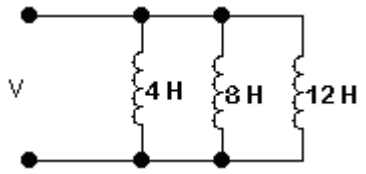
$L_{equivalente} = 4 + 8 + 12$

$L_{equivalente} = 24$ H

5.2 ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES EM PARALELO

Somam-se os inversos dos valores nominais de cada indutor.

$1/L_{equivalente} = 1/L_1 + 1/L_2 + 1/L_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1/L_n$

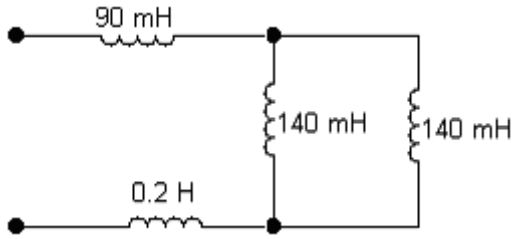


Para o circuito anterior se faz:

$1/L_{equivalente} = 1/4 + 1/8 + 1/12$
$1/ L_{equivalente} = 0,25 + 0,125 + 0,0833$
$1/ L_{equivalente} = 0,4583$
$L_{equivalente} = 1/ 0,4583$
$L_{equivalente} = 2,1819\ \Omega$

Exercícios propostos

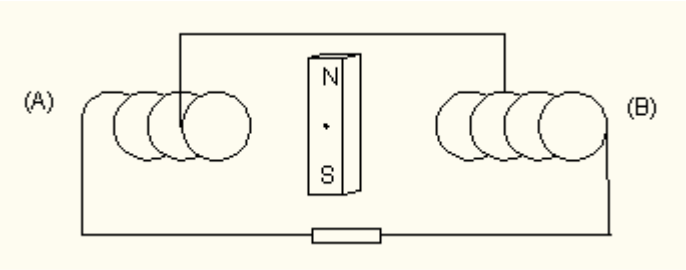
1) Calcule a indutância equivalente do circuito a seguir:



2) Quais os fatores elétricos e geométricos que influenciam a indutância de uma bobina?

6 Unidade 6 - GERADOR ELEMENTAR

Um imã gira em torno de seu eixo central, a este imã, dá-se o nome de rotor.
Dispostos nas laterais do imã estão duas bobinas (A) e (B), a estas bobinas, dá-se o nome de estator.
No estator está ligada a carga composta por uma resistência.
Com o imã parado não há indução de corrente nas duas bobinas.

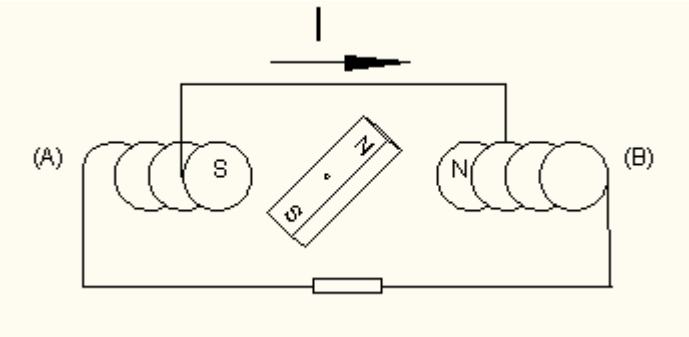


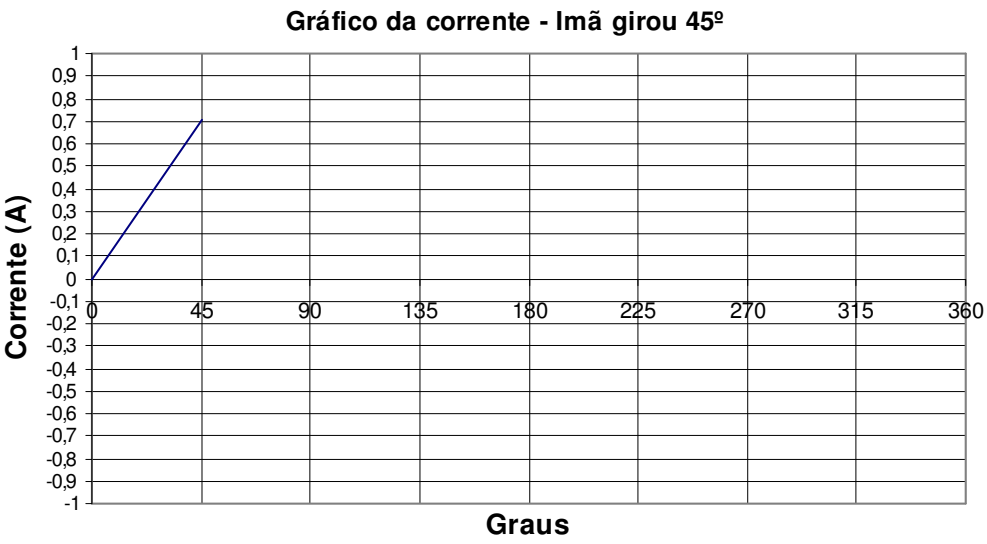
6.1 FUNCIONAMENTO DO GERADOR ELEMENTAR

Quando o imã começa a se movimentar, no sentido horário, com o pólo N se aproximando da bobina (B), induz nesta face da bobina um pólo N, que se opõe a aproximação do imã. Da mesma forma com o pólo S do imã se aproximando da bobina (A), induz nesta face da bobina um pólo S que se opõe a aproximação do imã.

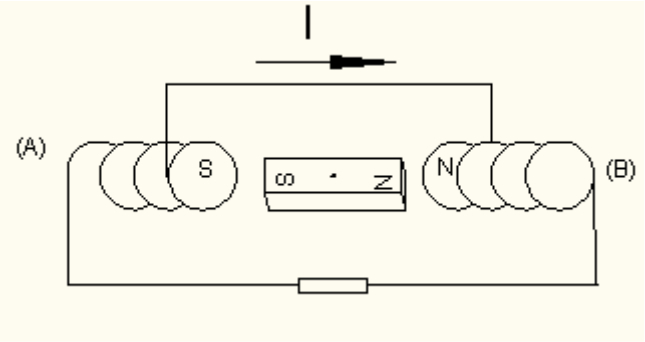
A corrente cresce, pois, com a aproximação dos pólos do imã, aumenta a indução magnética nas bobinas.

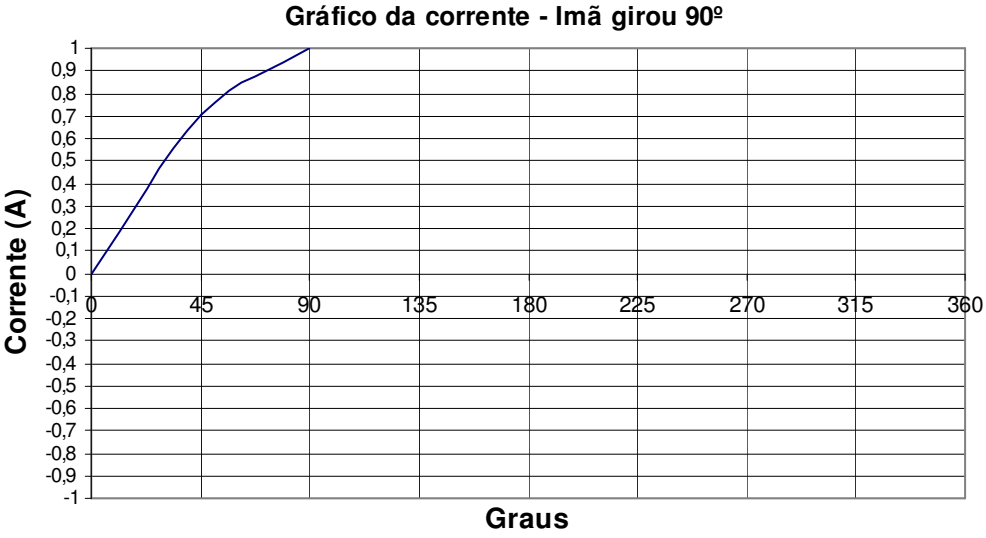
A corrente circula no sentido mostrado na figura a seguir:





Quando o pólo N do imã se junta à bobina (B) e o pólo S do imã a bobina (A) se dá à máxima indução magnética, em conseqüência, a corrente também é máxima.

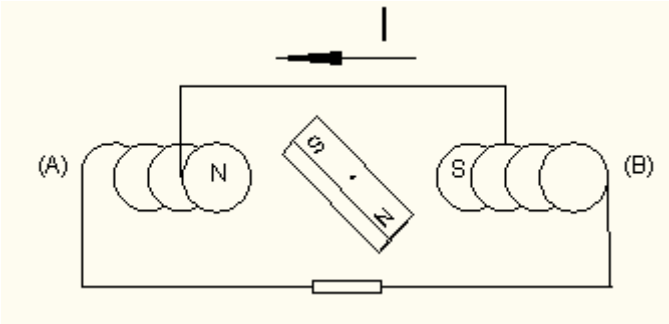


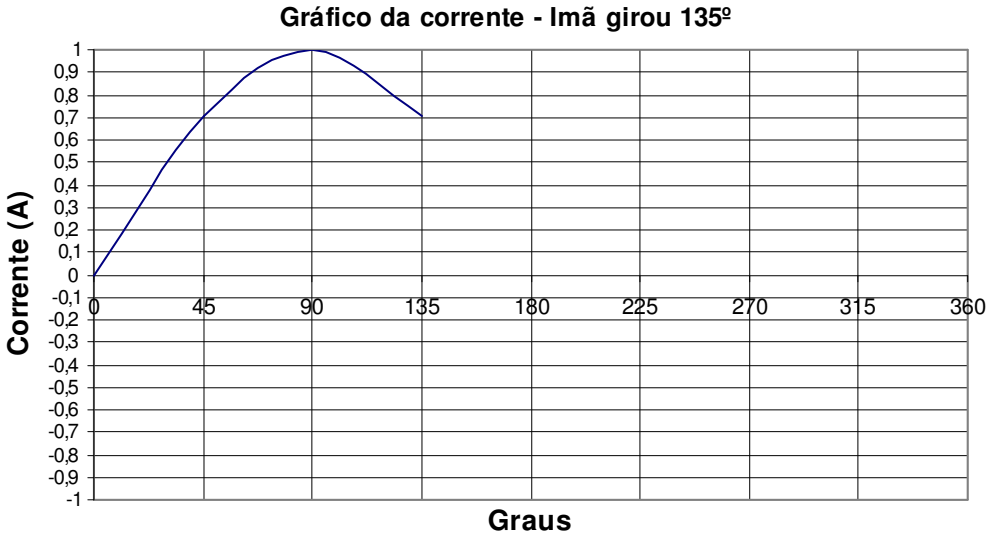


Quando o pólo N começa a se afastar da bobina (B) induz nesta um pólo S, que se opõe ao afastamento do imã. Da mesma forma ocorre quando o pólo S se afasta da bobina (A), induz nesta um pólo N que se opõe ao afastamento do imã.

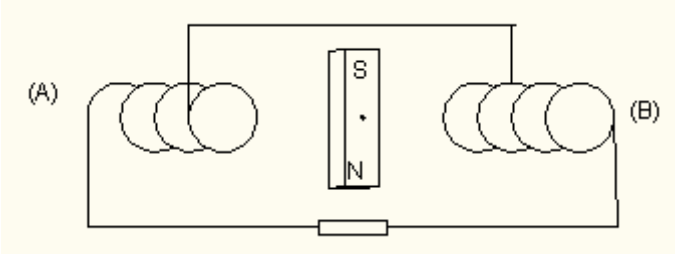
Nesta posição houve inversão de polaridades nas bobinas, em conseqüência, a corrente passou a circular no sentido oposto.

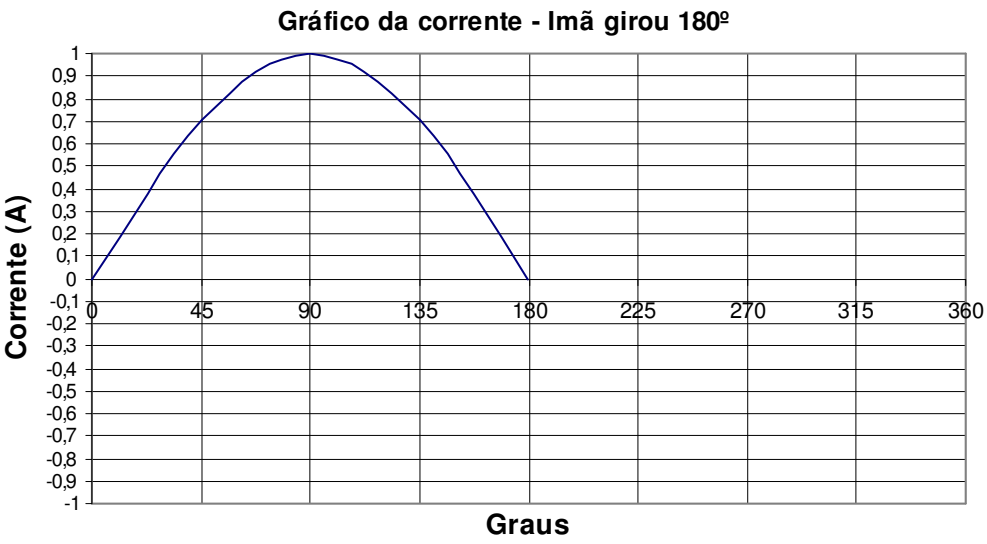
Nesta posição os pólos do imã estão se afastando das bobinas, com isso a indução magnética, está diminuindo, em conseqüência, a corrente também diminui.





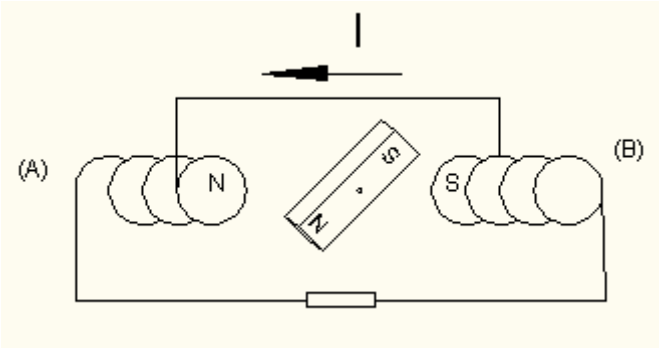
Quando a bobina girou meia volta (180º), não há indução magnética nas bobinas, em conseqüência, a corrente é zero.

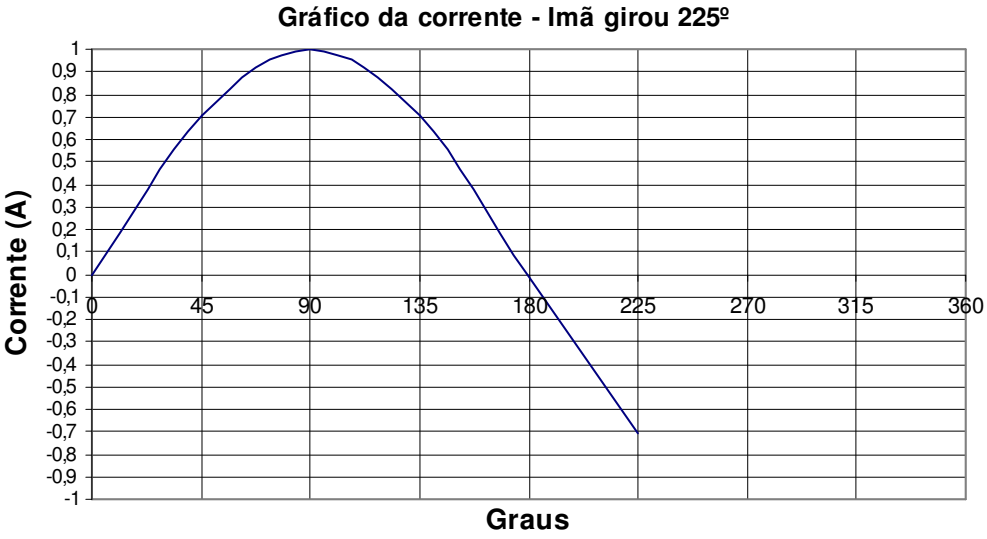




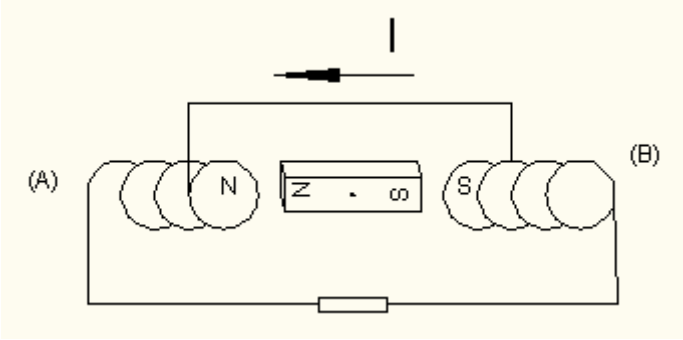
Quando o pólo N se aproxima da bobina (A), induz nesta face da bobina um pólo N, que se opõe a aproximação do imã. Da mesma forma com o pólo S do imã se aproximando da bobina (B), induz nesta face da bobina um pólo S que se opõe a aproximação do imã.

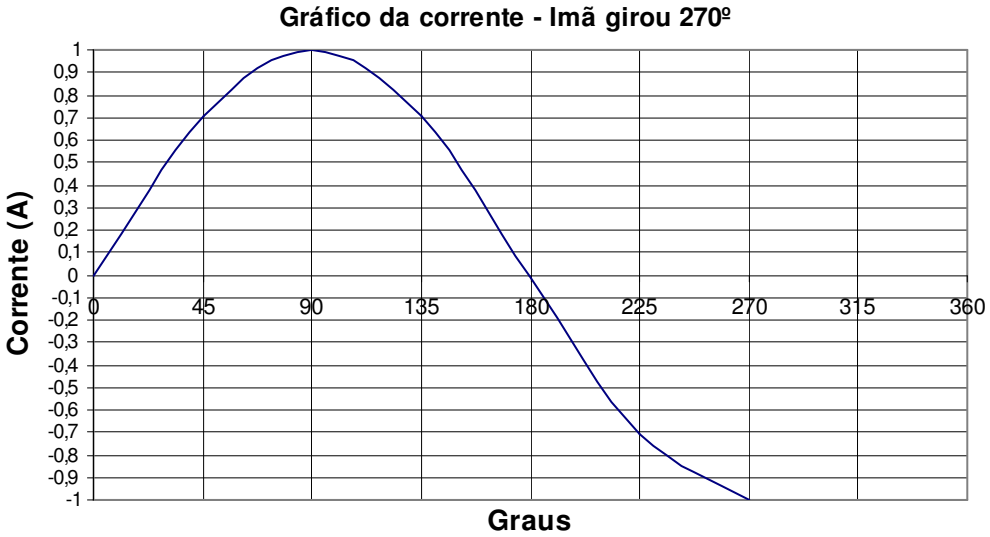
A corrente cresce no sentido oposto (negativo), pois, os pólos do imã se aproximam das bobinas, aumentando a indução magnética nas mesmas.





Quando o pólo N do imã se junta à bobina (A) e o pólo S do imã a bobina (B) se dá a máxima indução magnética, em conseqüência, a corrente também é máxima no sentido inverso (negativo).

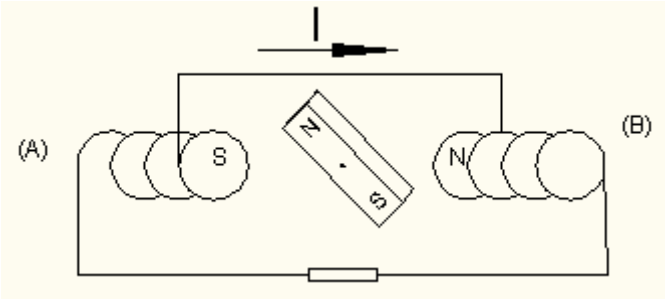


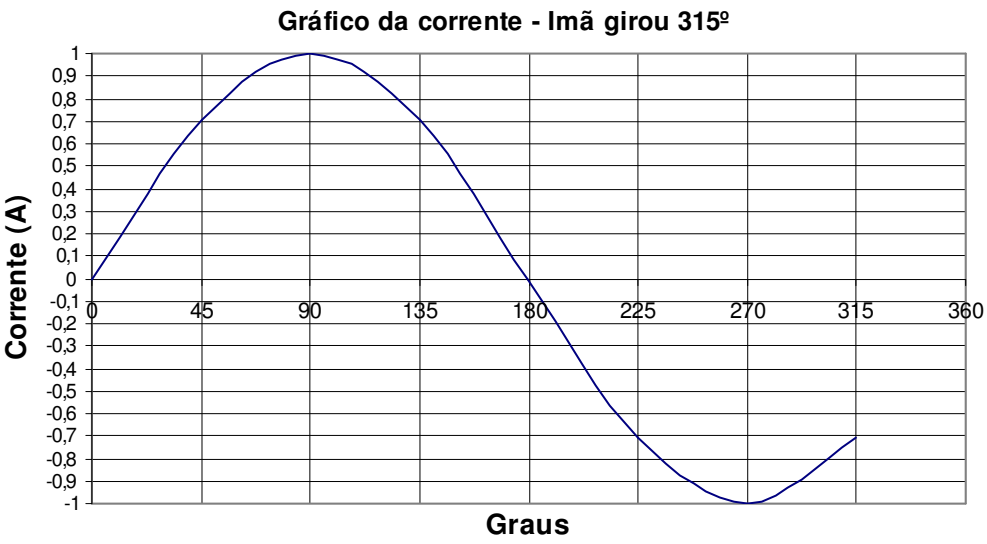


Quando o pólo N começa a se afastar da bobina (A) induz nesta um pólo S, que se opõe ao afastamento do imã. Da mesma forma ocorre quando o pólo S se afasta da bobina (B), induz nesta um pólo N que se opõe ao afastamento do imã.

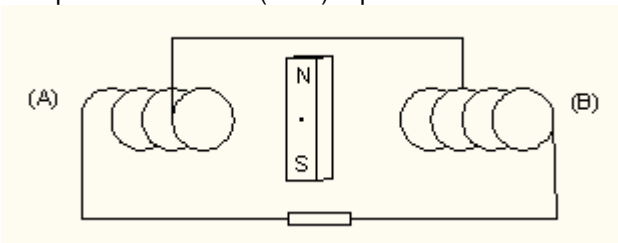
Nesta posição houve, novamente, inversão de polaridades nas bobinas, em conseqüência a corrente voltou a circular no sentido inicial.

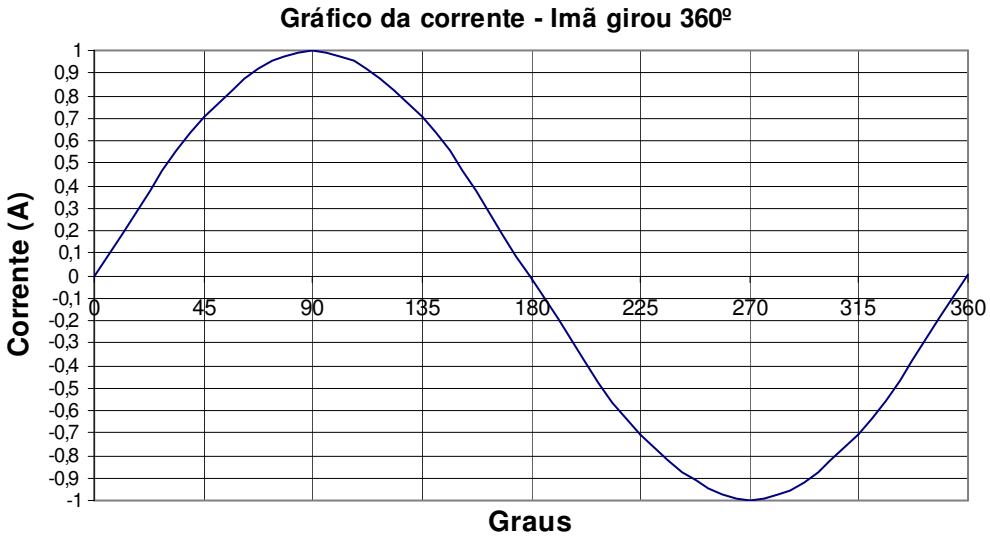
Como os pólos do imã se afastam das bobinas, a indução magnética está diminuindo, em conseqüência, a corrente está indo para zero.





O imã completou uma volta (360º) e pode reiniciar o ciclo.





7 Unidade 7 - CORRENTE ALTERNADA

O princípio de funcionamento dos geradores das centrais elétricas é o mesmo do gerador elementar.

Os grandes geradores de energia elétrica possuem mais de dois pólos e o rotor é feito de eletroímãs (bobinas) alimentados por corrente contínua.

O estator também possui mais de duas bobinas.

Acoplado ao eixo do gerador existe uma máquina primária.

A máquina primária pode ser uma turbina hidráulica ou térmica ou um motor a combustão que faz com que o rotor gire e em conseqüência produza eletricidade.

A forma de onda de corrente e tensão produzida pelo gerador é uma senóide igual a do gerador elementar.

7.1 ONDA SENOIDAL

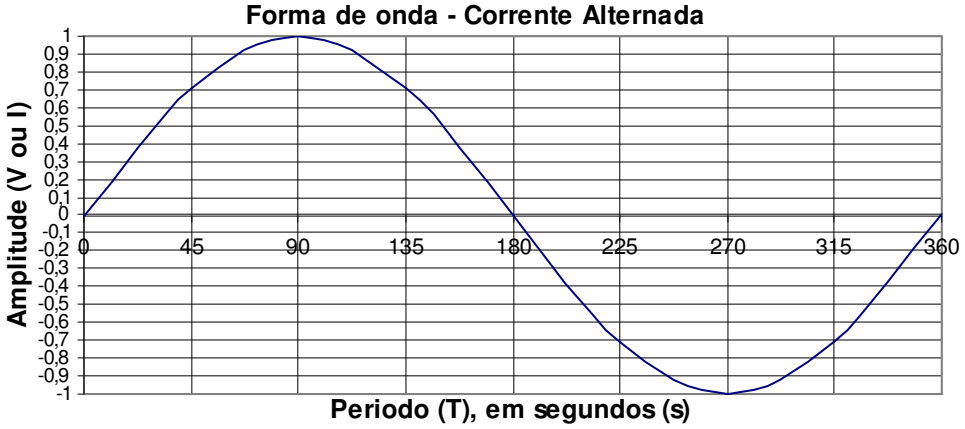
AMPLITUDE: Para corrente alternada a amplitude são os valores de tensão (V) e corrente (I), explicitadas no gráfico senoidal. Estes valores podem ser positivos ou negativos.

PERÍODO (T) é o tempo necessário para uma onda completar um ciclo (0º a 360º). Em corrente alternada o período (T) é medido em segundos (s).

FREQÜÊNCIA (f) é o número de ciclos inteiros de uma onda alternada, por unidade de tempo. Em corrente alternada é medido em hertz (Hz), sendo: 1Hz=1volta/segundos.

f = 1/T **T=1/f**

Onde: f = freqüência, em hertz (Hz); T = período, em segundos (s).



VALOR MÁXIMO

Valor máximo é o máximo valor positivo ou negativo que a onda senoidal pode assumir.

Na senóide acima o valor máximo positivo é 1 e o valor máximo negativo é –1.

VALOR EFICAZ

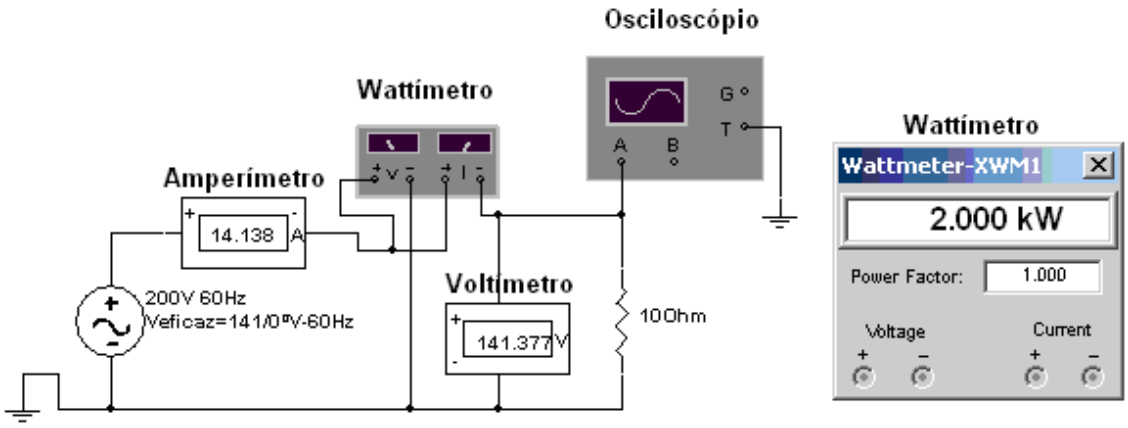
Valor eficaz da corrente alternada é o valor equivalente ao valor em corrente contínua para fornecer potências iguais a um mesmo resistor.

VALOR EFICAZ = (VALOR MÁXIMO)÷(√2)

VALOR MÁXIMO = (VALOR EFICAZ)X(√2)

EXEMPLO

A seguir um circuito onde na fonte estão explicitados os valores máximo e eficaz da tensão, o amperímetro está indicando o valor eficaz da corrente, o voltímetro o valor eficaz da tensão e o wattímetro o valor de potência ativa, abaixo a tela com a forma de onda no osciloscópio.



OSCILOSCÓPIO

Osciloscópios são equipamentos que mostram formas de ondas.

A seguir a tela de um osciloscópio com a forma da onda de tensão do circuito anterior.

Na parte de baixo da tela os valores das escalas do osciloscópio, observe que o circuito está ligado no canal A.

INDICAÇÕES DO OSCILOSCÓPIO

O tempo de inicio da onda: T1=0,0 s.
O tempo para completar um ciclo inteiro: T2-T1=16,6 ms.
A escala de tempo (timebase) é: 2 ms por cada divisão da tela do osciloscópio.
A escala de tensão (canal A) é: 100V por divisão da tela do osciloscópio.

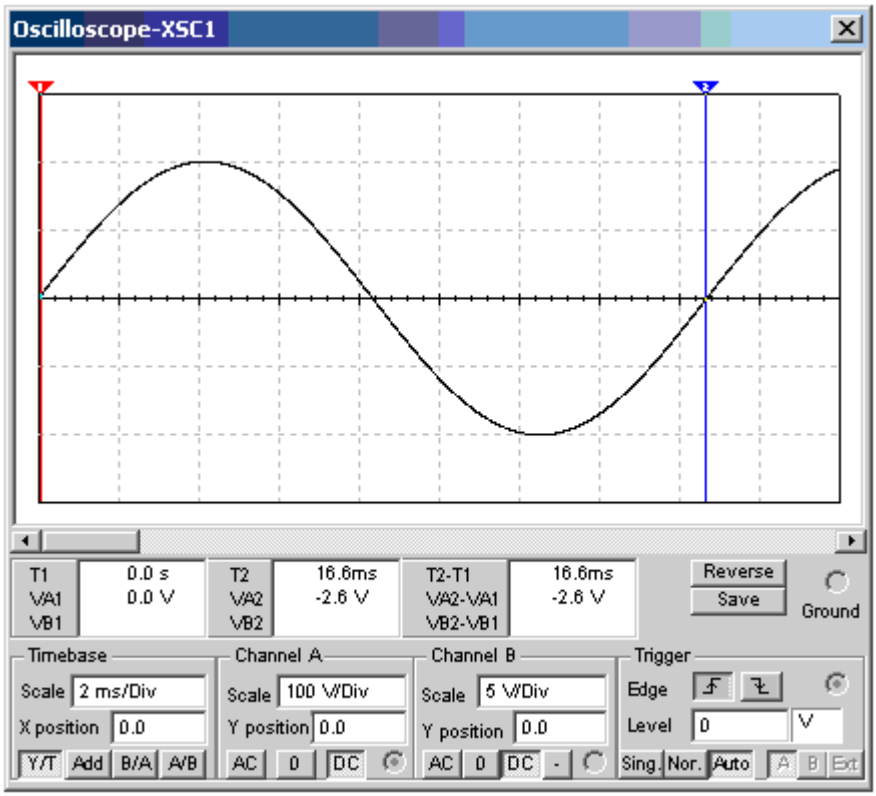
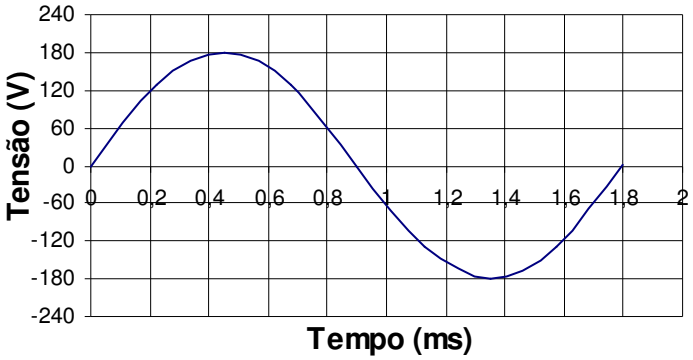


Figura - Janela do *software* MultiSIM Product Presentations & Demos, com visualização da forma de onda de corrente alternada fornecida pelo osciloscópio.

Fonte: *Electronics Workbench*

Exercícios propostos



1) Para a onda senoidal acima:
   a) Qual é o valor do período?
   b) Qual é o valor da freqüência?
   c) Qual é o valor da tensão máxima?
   d) Qual é o valor da tensão eficaz?

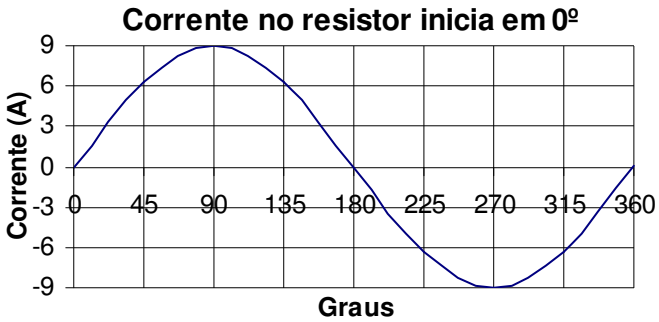
2) O rotor de um gerador de 2 pólos, leva 0,2 segundos para dar ¼ de volta em seu eixo e gera tensão eficaz de 220 V, para a onda senoidal deste gerador, pede-se:
   a) Qual é o valor do período?
   b) Qual é o valor da freqüência?
   c) Qual é o valor da tensão máxima?

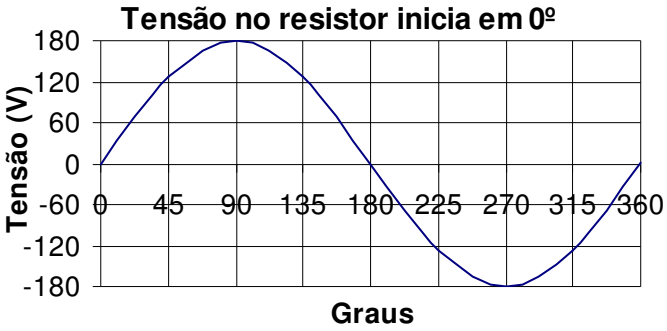
3) Utilize a teoria eletromagnética, para explicar por que, no gerador elementar, a corrente muda de sentido.

4) Qual o motivo magnético que faz com que a corrente do gerador elementar varie entre um mínimo e um máximo?

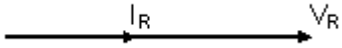
7.2 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS RESISTIVOS

Nos circuitos alimentados por fonte de corrente alternada, somente com cargas resistivas, a onda de tensão está em fase com a onda de corrente, ambas começam a zero grau (0º), conforme mostram os gráficos a seguir:





A seguir outra forma de representar graficamente que a corrente, em um resistor, está em fase com a tensão.



7.3 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS CAPACITIVOS

O que caracteriza as cargas dos capacitores é o excesso de elétrons que se concentram em uma das placas e a falta de elétrons na outra placa, em conseqüência uma placa fica com cargas negativas e outra com cargas positivas.

O pólo positivo da fonte de diferença de potencial ligado a uma das placas do capacitor, faz com que esta placa, perda elétrons atraídos pelo pólo positivo da fonte, em conseqüência a placa fica carregada com cargas positivas.

Quanto mais elétrons saem, mais cargas positivas sobram na placa.

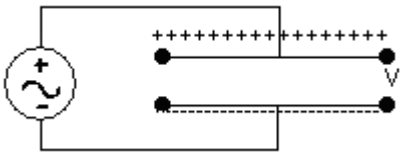
Quanto mais cargas positivas na placa, mais oposição à saída de elétrons.

Da mesma forma a placa ligada ao pólo negativo da fonte de diferença de potencial.

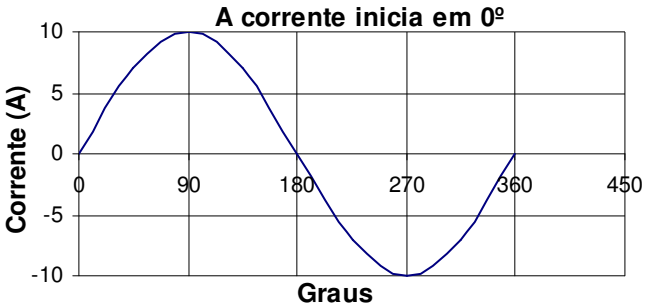
O pólo negativo da fonte tenta repelir elétrons em direção à placa deixando-a com excesso de cargas negativas.

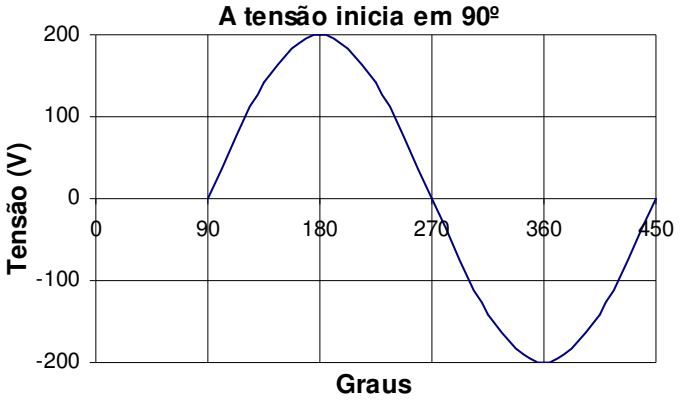
Quanto mais elétrons na placa, mais estes elétrons se oporão a entrada de novos elétrons.

Isto faz com que retarde o crescimento da tensão (diferença de potencial) entre as placas do capacitor.

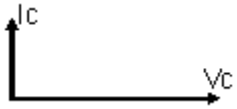


Por este motivo, em um circuito de corrente alternada, somente com capacitor, a capacitância faz com que a corrente fique adiantada 90º em relação à tensão, conforme mostram os gráficos a seguir:





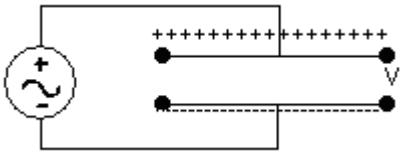
A seguir outra forma de representar graficamente que a corrente, em um capacitor, está 90º adiantada da tensão.



7.4 REATÂNCIA CAPACITIVA (X_C)

A diferença de potencial (tensão) produzida entre as placas do capacitor, ligado a corrente alternada, limita a corrente no circuito, pois, esta diferença de potencial tem sentido oposto a força eletromotriz (tensão) da fonte que fornece corrente ao capacitor.

No circuito a seguir a placa com cargas positivas está conectada ao pólo positivo da fonte e a placa com cargas negativas está conectada ao pólo negativo da fonte. Quando a fonte inverte o sentido da corrente, também inverte os pólos, em conseqüência inverte o sentido da diferença de potencial nas placas.



A reatância capacitiva é dada pela fórmula:

Xc = –{1÷[(2πfC)]}

Onde: Xc=reatância capacitiva, em ohms (Ω); f=freqüência, em Hertz (Hz); C=capacitância, em farad (F).

A reatância capacitiva pode ser escrita como um número imaginário. Multiplicando-se a reatância capacitiva pelo operador imaginário j, têm-se:

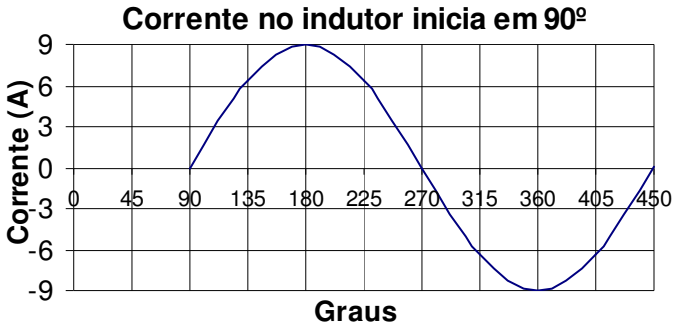
jXc = –j{1÷[(2πfC)]}

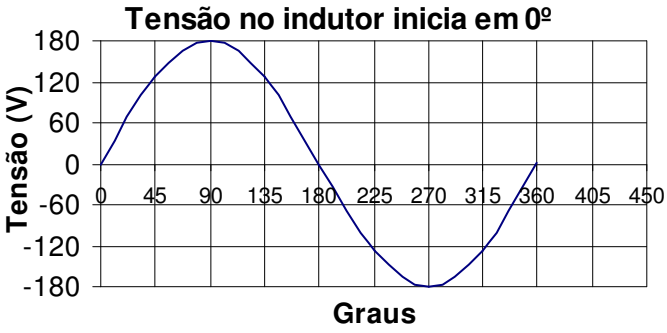
7.5 TENSÃO E CORRENTE ALTERNADAS NOS CIRCUITOS INDUTIVOS

Nos circuitos alimentados por fonte de corrente alternada, devido a variação da corrente é induzido, com mais intensidade nas bobinas, uma força eletromotriz autoinduzida que se opõe a tensão da fonte.

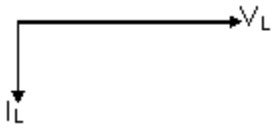
Isto retarda o crescimento da corrente.

Em circuitos que tenham somente indutores, a corrente atrasa 90º da tensão, conforme mostram os gráficos a seguir:





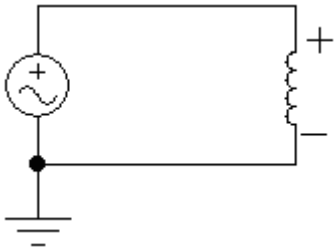
A seguir outra forma de representar graficamente que a corrente, em um indutor, está 90º atrasada da tensão.



7.6 REATÂNCIA INDUTIVA (X_L)

A força eletromotriz autoinduzida (tensão) produzida no indutor (bobina), ligado a corrente alternada, limita a corrente no circuito, pois, a força eletromotriz auto induzida tem sentido oposto a força eletromotriz (tensão) da fonte que fornece corrente ao indutor.

No circuito a seguir o pólo positivo da fonte está conectado ao positivo do indutor (bobina) e o pólo negativo da fonte está conectado ao negativo do indutor. Quando a fonte inverte o sentido da corrente, também inverte os pólos, em conseqüência inverte o sentido da força eletromotriz auto induzida no indutor.



A reatância indutiva é dada pela fórmula:

$X_L = (2\pi fL)$

Onde: Xc=reatância indutiva, em ohms (Ω); f=freqüência, em Hertz (Hz); C=indutância, em henry (H)

A reatância indutiva pode ser escrita como um número imaginário. Multiplicando-se a reatância indutiva pelo operador imaginário j, têm-se:

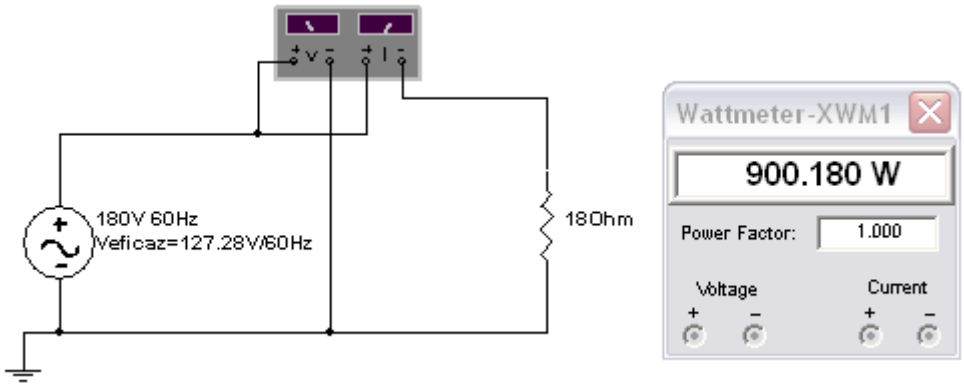
$jX_L = j(2\pi fL)$

7.7 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA – CARGAS RESISTIVAS

Nos circuitos compostos somente por cargas resistivas, a onda senoidal da tensão está em fase com a onda senoidal da corrente, isto faz com que, toda a potência seja transformada em trabalho. Neste caso a potência média é também chamada de potência ativa.

Exercício

No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$ = 180 V e V_{eficaz}=127,28V), a potência média (ativa), indicada pelo wattímetro é: 900,180 W.



a) A corrente no circuito é dada por:
$I_{máximo} = (V_{máximo})\div(R)$, sendo:
$I_{eficaz} = (V_{eficaz}\div\sqrt{2})\div(R)$, então:
$I_{eficaz} = (180\div\sqrt{2})\div(18) = 7{,}071$ A

b) A potência média (ativa) em cargas resistivas é dada por:
$P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})$
Sendo: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz na carga, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz na carga, em ampères (A).

$P = (180/\sqrt{2})x(7{,}071) = 900$ W

7.8 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/CAPACITIVAS

Nos circuitos compostos por cargas capacitivas, a onda senoidal da corrente está adiantada em relação à onda senoidal da tensão.

A potência ativa está associada aos resistores, ela produz calor e realiza trabalho, como por exemplo, produz o torque nas máquinas elétricas, etc.

O capacitor necessita de um outro tipo de potência para funcionar, a potência reativa capacitiva, ela esta associada ao campo elétrico do capacitor, porém não realiza trabalho. A corrente para produzir a potência reativa capacitiva, circula no circuito, entre as cargas capacitivas e a fonte ou entre as cargas capacitivas e as cargas indutivas.

As potências ativa e reativa são componentes de uma outra potência, a potência aparente, portanto no caso de um circuito, com carga resistiva/capacitiva, alimentado por fonte de corrente alternada, tem-se:

- Potência ativa, associada aos resistores, representada pela letra **P**, cuja unidade é o watt **(W).**
- Potência reativa capacitiva, associada aos capacitores, representada pela letra **Qc**, cuja unidade é o volt-ampère-reativo (**var**).
- Potência aparente que é composta pelas potências ativa (P) e reativa capacitiva (Qc), representada pela letra **S**, cuja unidade é o volt-ampère (**VA**).

7.9 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS CAPACITIVOS

O fator de potência é dado pelo cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

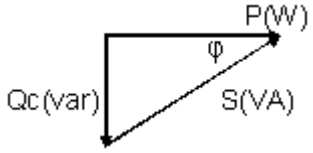
Em circuitos com cargas capacitivas o que produz a defasagem entre a tensão e a corrente é o capacitor, portanto, esta defasagem depende dos valores nominais dos capacitores e de outros componentes resistivos e indutivos.

Quando houver somente capacitor no circuito, a corrente adianta noventa graus (90º) da tensão.

Normalmente os circuitos são compostos por cargas resistivas, capacitivas e indutivas. A defasagem entre a tensão e a corrente, neste caso, pode variar entre zero grau (0º) e noventa graus (90º), dependendo dos valores nominais dos componentes.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS POTÊNCIAS EM CORRENTE ALTERNADA

Em corrente alternada as potências e o fator de potência podem ser representados graficamente, conforme segue:



A potência aparente é dada por:

$$\mathbf{S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})}$$

Onde: S = potência aparente, em volt-ampère (VA); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A).

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:

$$\cos(\varphi) = (P)\div(S)$$

$$P = (S)x[\cos(\varphi)]$$

$$\mathbf{P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[\cos(\varphi)]}$$

Onde: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

sen(φ) = (Qc)÷(S)

Qc = (S)x[sen(φ)]

$Qc = -(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[sen(\varphi)]$

Sinal negativo (–): A potência reativa capacitiva é representada com sinal negativo (–).

Onde: Qc = potência reativa capacitiva, em volt-ampére-reativo (var); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

tg(φ) = (Qc)÷(P)

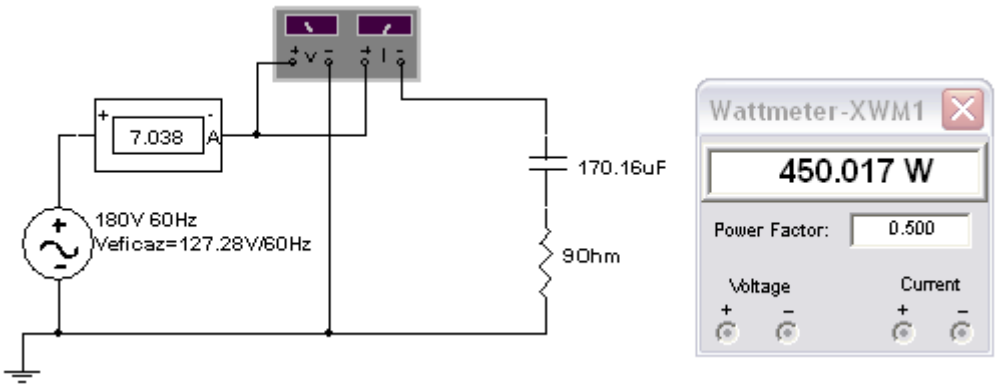
Qc = (P)x[tg(φ)]

P = (Qc)÷[tg(φ)]

$(S)^2 = (P)^2 + (Qc)^2$

Exercício

No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$ = 180 V e V_{eficaz}=127,28V), o amperímetro corrente eficaz (I_{eficaz}=7,038 A), o wattímetro potência ativa na resistência (P=450,017 W) e o fator de potência (0,5).



a) A potência aparente no circuito é dada por:
S = $(V_{eficaz})x(I_{eficaz})$
S = (180÷√2)x(7,038) = 895,79 VA

b) A potência ativa do circuito é dada por:
P = $(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos(\varphi))$
Fator de potência = 0,5
φ = arco cos(0,5) = 60º
P = (180÷√2)x(7,038)x(cos(60º)) = 447,89 W

c) A potência reativa capacitiva é dada por:
Qc = $(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen(\varphi))$
Qc = (180÷√2)x(7,038)x(sen(60º)) = -775,78 var

7.10 POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/INDUTIVAS

Nos circuitos compostos por cargas indutivas, a onda senoidal da corrente está atrasada em relação à onda senoidal da tensão.

A potência ativa está associada aos resistores, ela produz calor e realiza trabalho, como por exemplo, produz o torque nas máquinas elétricas, etc.

O indutor necessita de um outro tipo de potência para funcionar, a potência reativa indutiva, ela esta associada ao campo magnético do indutor, porém não realiza trabalho. A corrente para produzir a potência reativa indutiva, circula no circuito, entre as cargas indutivas e a fonte ou entre as cargas indutivas e as cargas capacitivas.

As potências ativa e reativa são componentes de uma outra potência, a potência aparente, portanto no caso de um circuito, com carga resistiva/indutiva, alimentado por fonte de corrente alternada, tem-se:

- Potência ativa, associada aos resistores, representada pela letra **P**, cuja unidade é o watt (**W**).
- Potência reativa indutiva, associada aos indutores, representada pela letra $\mathbf{Q_L}$, cuja unidade é o volt-ampère-reativo (**var**).
- Potência aparente que é composta pelas potências ativa (P) e reativa indutiva (Q_L), representada pela letra **S**, cuja unidade é o volt-ampère (**VA**).

7.11 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS INDUTIVOS

O fator de potência é dado pelo cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

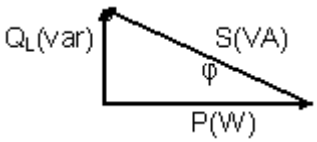
Em circuitos com cargas indutivas o que produz a defasagem entre a tensão e a corrente é o indutor, portanto, esta defasagem depende do valor nominal dos indutores e de outros componentes resistivos e capacitivos.

Quando houver somente indutor no circuito, a corrente atrasa noventa graus (90º) da tensão.

Normalmente os circuitos são compostos por cargas resistivas, capacitivas e indutivas. A defasagem entre a tensão e a corrente, neste caso, pode variar entre zero grau (0º) e noventa graus (90º), dependendo dos valores nominais destes componentes.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS POTÊNCIAS EM CORRENTE ALTERNADA

Em corrente alternada as potências e o fator de potência podem ser representados graficamente, conforme segue:



A potência aparente é dada por:

$$\mathbf{S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})}$$

Onde: S = potência aparente, em volt-ampère (VA); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A).

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:

$$\cos(\varphi) = (P)\div(S)$$

$$P = (S)x[\cos(\varphi)]$$

$$\mathbf{P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[\cos(\varphi)]}$$

Onde: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

sen(φ) = (QL)÷(S)

Q_L = (S)x[sen(φ)]

Q_L = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[sen(φ)]

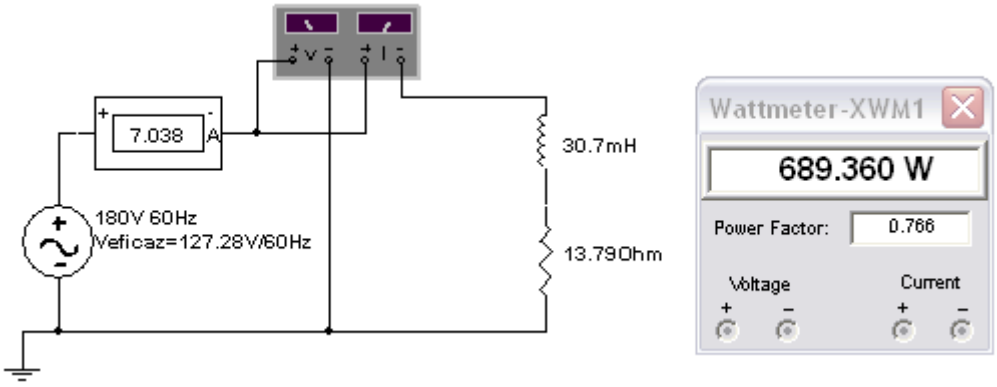
Sinal positivo (+): A potência reativa indutiva é representada com sinal positivo (+).

Onde: Q_L = potência reativa indutiva, em volt-ampére-reativo (var); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

tg(φ) = (Q_L)÷(P)
Q_L = (P)x[tg(φ)]
P = (Q_L)÷[tg(φ)]
$(S)^2 = (P)^2 + (Q_L)^2$

Exercício

1) No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$=180 V e V_{eficaz}=127,28V), o amperímetro corrente eficaz (I_{eficaz} = 7,038 A), o wattímetro potência ativa na resistência (P=689,360 W) e o fator de potência (0,766).



a) A potência aparente no circuito é dada por:
S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})
S = (180÷√2)x(7,038) = 895,79 VA

b) A potência ativa do circuito é dada por:
P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(cos(φ))
Fator de potência = 0,766
φ = arco cos(0,766) = 40º
P = (180÷√2)x(7,038)x(cos(40º)) = 686,18 W

c) A potência reativa indutiva do circuito é dada por:
Q_L = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen(φ))
Q_L = (180÷√2)x(7,038)x(sen(40º)) = 575,85 var

7.12 IMPEDÂNCIA (Z)

Normalmente as cargas elétricas são compostas por equipamentos que possuem componentes como resistores, indutores e capacitores.

A resistência elétrica é a oposição que o material do qual é feito o condutor oferece ao fluxo de elétrons, em conseqüência a circulação da corrente. Por isto que, além do material, a resistência elétrica, depende de fatores geométricos do condutor, como espessura e comprimento. A unidade de resistência elétrica é o ohm (Ω).

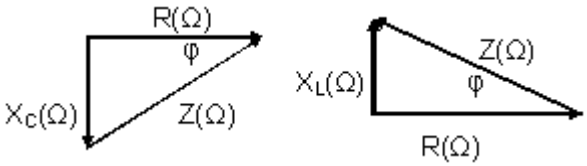
As reatâncias capacitivas e indutivas, também, são medidas em ohms (Ω). Porém, diferente da resistência, a limitação da corrente, pelas reatâncias, ocorre devido à produção, nos capacitores e indutores (bobinas), de uma tensão que se opõe a tensão da fonte de corrente alternada que os alimenta.

As resistências e as reatâncias capacitivas e indutivas são componentes de uma outra grandeza elétrica, cuja unidade é o ohm (Ω), a impedância, portanto no caso de um circuito, com carga resistivo/capacitivo/indutivo, alimentado por fonte de corrente alternada, tem-se:

- Resistência, representada pela letra **R**, cuja unidade é o ohm (**Ω**).
- Reatância capacitiva, representada pelas letras **Xc**, cuja unidade é o ohm (**Ω**).
- Reatância indutiva, representada pelas letras $\mathbf{X_L}$, cuja unidade é o ohm (**Ω**).
- Impedância que é composta pela resistência (R), reatâncias capacitiva (Xc) e indutiva (X_L), representada pela letra **Z**, cuja unidade é o ohm (**Ω**).

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA IMPEDÂNCIA

A impedância, a resistência e as reatâncias podem ser representadas graficamente, conforme segue:



φ = ângulo do fator de potência.

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:

$$(Z)^2 = (R)^2 + (XL - Xc)^2$$

$$\cos(\varphi) = (R) \div (Z)$$

$$\text{sen}(\varphi) = (X) \div (Z)$$

$$tg(\varphi) = (X) \div (P)$$

8 Unidade 8 - FASORES E NÚMEROS COMPLEXOS APLICADOS A CORRENTE ALTERNADA

8.1 FASORES CORRENTE E TENSÃO SENOIDAIS

A corrente e a tensão senoidais, a uma freqüência constante, podem ser representadas através de fasores, por suas amplitudes e ângulos de fase.

A representação complexa da corrente e da tensão senoidal também é caracterizada por suas amplitudes e ângulos de fase.

Para a tensão tem-se.
a) Exemplo na forma polar: V = 80/–30º V
b) Exemplo na forma retangular: V = (69,3 – j40) V

Para a corrente tem-se.
a) Exemplo na forma polar: I = 12/60º A
b) Exemplo na forma retangular: I = (6 +j10,4) A

8.2 IMPEDÂNCIA COMPLEXA

A impedância não é um fasor e não pode ser representada como variando no tempo, no entanto, a impedância é uma grandeza complexa com dimensões de ohms (Ω).

A impedância é composta pela parte real representada pelo resistor (R) e pela parte imaginária representada pela reatância capacitiva (–jXc) e pela reatância indutiva ($+jX_L$), todas com dimensões de ohms (Ω).

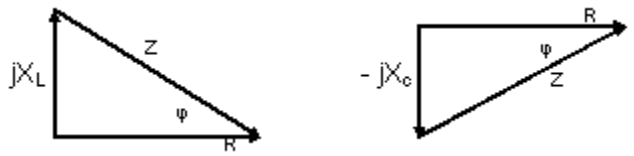
A capacitância e a indutância são grandezas que variam com o tempo e com a freqüência, porém, não é o caso da impedância.

$Z = R + (jX_L – jXc)$

Reatância capacitiva: $jXc = (–j) \div [(2\pi)x(f)x(C)]$

Reatância indutiva: $jX_L = (+j)x(2\pi)x(f)x(L)$

DIAGRAMA DE IMPEDÂNCIA
Como a resistência nunca pode ser negativa, somente são utilizados o primeiro e o quarto quadrantes.



φ = ângulo do fator de potência.

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:
$(Z)^2 = (R)^2 + (XL – Xc)^2$
cos(φ) = (R)÷(Z)
sen(φ) = (X)÷(Z)
tg(φ) = (X)÷(P

8.3 POTÊNCIA COMPLEXA

Para calcular a potência aparente pode-se fazer o produto dos valores eficazes do fasor tensão complexo pelo conjugado do fasor corrente complexo.

O conjugado do fasor corrente na forma polar consiste em **trocar o sinal do ângulo**, ou seja, se o ângulo for positivo deverá ser substituído por negativo e vice versa.

S=(V)x(I*)

(*) significa o conjugado do fasor corrente (trocar o sinal do ângulo da corrente).

Por exemplo

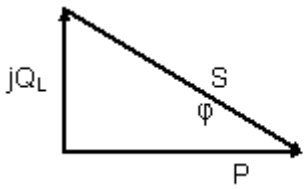
Dados: $V=100\underline{/70º}$ V e $I=10\underline{/40º}$ A, calcule a potência aparente.

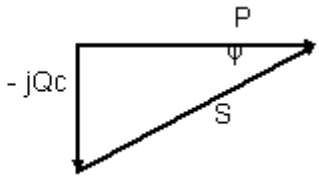
$S = (100\underline{/70º})x(10\underline{/-40º})=1000\underline{/30º}$ VA

S = (866 + j500) VA

Onde: A parte real é a potência ativa=866W; A parte imaginária é a potência reativa=+j500var, como resultou sinal positivo é potência reativa indutiva.

DIAGRAMA DE POTÊNCIAS





$S=|S|\underline{/\varphi}$

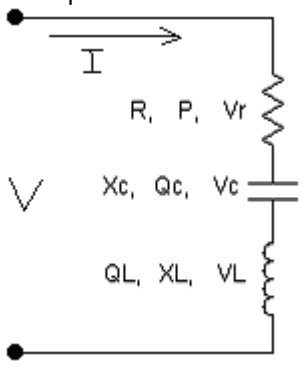
$S=P+(jQ_L - jQc)$

$\cos(\varphi) = (P)\div(S)$
$\text{sen}(\varphi) = (Q)\div(S$
$\text{tg}(\varphi) = (Q)\div(P)$

9 CIRCUITOS EM CORRENTE ALTERNADA

9.1 CIRCUITO SÉRIE – CORRENTE ALTERNADA

A corrente é a mesma em todos os componentes.
As tensões nos componentes são diferentes.



RESISTÊNCIA: Relações matemáticas de resistência, potência ativa, tensão e corrente.
Vr = (R)x(I)
Vr = (P)÷(I)
Vr^2 = (P)x(R)

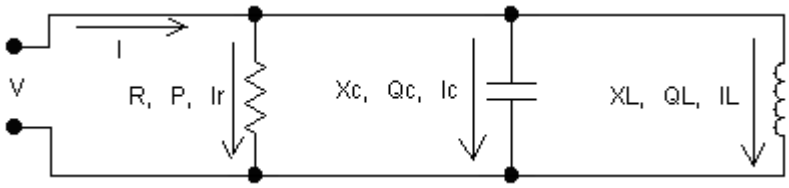
CAPACITOR: Relações matemáticas de reatância capacitiva, potência reativa capacitiva, tensão e corrente.
$V_C = (X_C)x(I)$
$V_C = (Q_C)÷(I)$
$V_C^2 = (Q_C)x(X_C)$

INDUTOR: Relações matemáticas de reatância indutiva, potência reativa indutiva, tensão e corrente.
$V_L = (X_L)x(I)$
$V_L = (Q_L)÷(I)$
$V_L^2 = (Q_L)x(X_L)$

I**MPEDÂNCIA**: Relações matemáticas de impedância, potência aparente, tensão e corrente.
V = (Z)x(I)
V = (S)÷(I)
V^2 = (S)x(Z)

9.2 CIRCUITO PARALELO – CORRENTE ALTERNADA

A tensão é a mesma em todos os componentes.
As correntes são diferentes em cada componente.



RESISTÊNCIA: Relações matemáticas de resistência, potência ativa, tensão e corrente.
Ir = (V)÷(R)
Ir = (P)÷(V)
Ir^2 = (P)÷(R)

CAPACITOR: Relações matemáticas de reatância capacitiva, potência reativa capacitiva, tensão e corrente.

$Ic = (V)\div(Xc)$
$Ic = (Qc)\div(V)$
$Ic^2 = (Qc)\div(Xc)$

INDUTOR: Relações matemáticas de reatância indutiva, potência reativa indutiva, tensão e corrente.

$I_L = (V)\div(XL)$
$I_L = (Q_L)\div(V)$
$I_L^2 = (Q_L)\div(XL)$

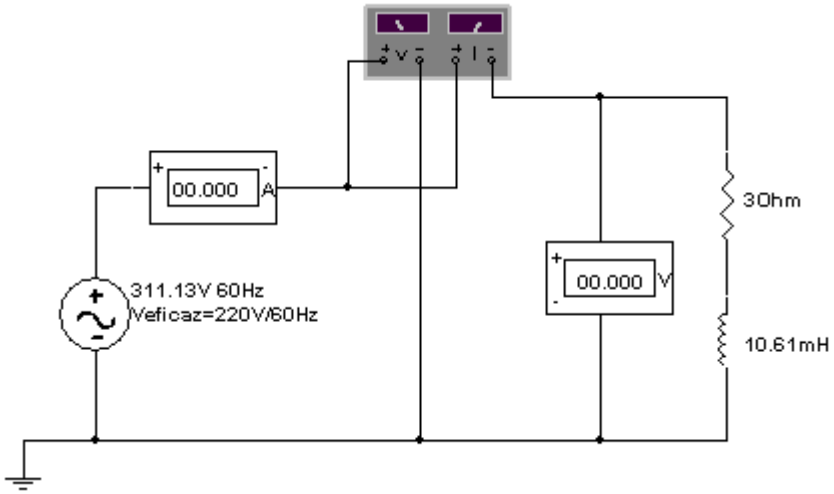
IMPEDÂNCIA: Relações matemáticas de impedância, potência aparente, tensão e corrente.

$I = (V)\div(Z)$
$I = (S)\div(V)$
$I^2 = (S)\div(Z)$

9.3 EXEMPLO DE CIRCUITO SÉRIE – CORRENTE ALTERNADA

Exercícios

1) Para o circuito a seguir, pede-se:



a) A reatância indutiva.
$jX_L = (j)x(2\pi)(f)x(L)$
$jX_L = (j)x(2\pi)x(60)x(0,01061)$
$jX_L = j4\Omega$

b) Passar a impedância da forma retangular para a forma polar.
$Z=3+j4$
$Z=\sqrt{(3)^2+(4)^2}=5\Omega$

$tg\ \varphi = 4\div3 = 1,333$

$\varphi=arc.tg.1,333=53,13º$ indutivo.
$Z=5\underline{/+53,13º}\ \Omega$

c) O fator de potência da carga.
$FP=Cos(53,13º)=0,6$ indutivo

d) A corrente que a fonte fornece à carga.
$I=V\div Z$
$V_{eficaz} = 311,13\div\sqrt{2} = 220V$

$I=(220\underline{/0º})\div(5\underline{/+53,13º})$
$I=44\underline{/-53,13º}$ A

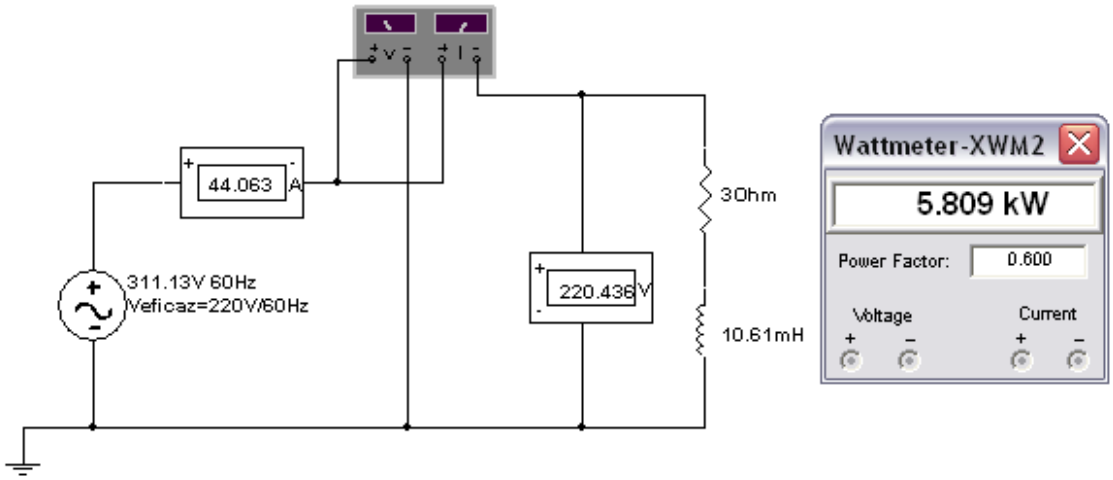
e) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
$S=(V_{eficaz})x(I^*_{eficaz})$
$S=(220\underline{/0º})x(44\underline{/+53,13º})$
$S=9680\underline{/+53,13º}$ VA
$S=9680[\cos(53,13º)+(j\,sen53,13º)]$
$S=(5808+j7744)$ VA

f) A potência ativa que a fonte fornece à carga.
É a parte real da potência aparente.
P=5808W
Ou
$P=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos53,13º)$
$P=(220)x(44)x(\cos53,13º)=5808W$

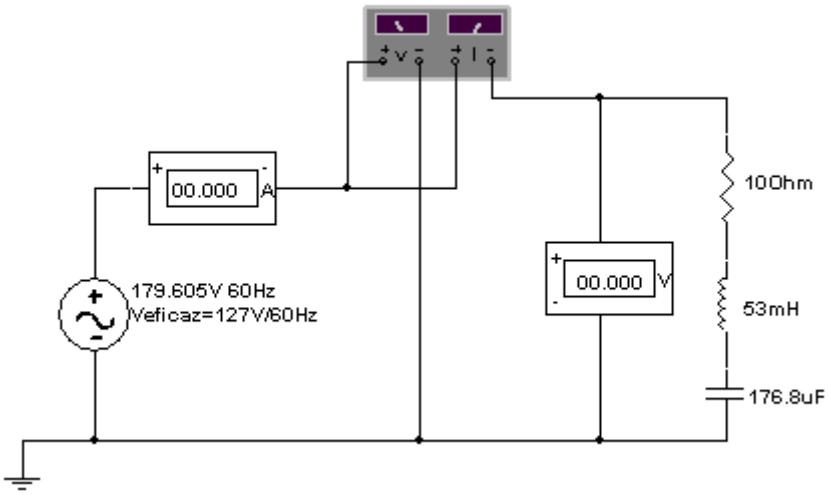
g) A potência reativa que a fonte fornece à carga
É a parte imaginária da potência aparente.
$jQ_L=+j7744$ var
ou
$jQ_L=j(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen53,13º)$
$jQ_L=j(220)x(44)x(sen53,13º)=j7744$ var

O ângulo de fase da impedância é igual ao ângulo de fase da potência aparente. Deste ângulo se calcula o fator de potência do circuito.

h) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



2) Uma carga é composta por um resistor R=10Ω, um capacitor C=176,8μF e um indutor L=53mH que estão ligadas a uma fonte cuja tensão ($V_{máximo}$=179,605V-60Hz e V_{eficaz}=127V-60Hz), pede-se:



a) Calcular a reatância indutiva.
jX_L = (j)x(2π)(f)x(L)
jX_L = (j)x(2π)(60)x(0,053)
jX_L =j20Ω

b) Calcular a reatância capacitiva.
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,0001768)
jXc=–j15Ω

c) Passar a impedância da forma retangular para a forma polar.
Z=10+(j20–j15)
Z=(10+j5)
Z=$\sqrt{(10)^2+(5)^2}$
Z=11,18Ω
tg φ = 5÷10 =0,5
φ = arc. tg.0,5=26,57º
Z=11,18/26,57ºΩ

d) O fator de potência do circuito.
Cos(26,57º)=0,894 indutivo

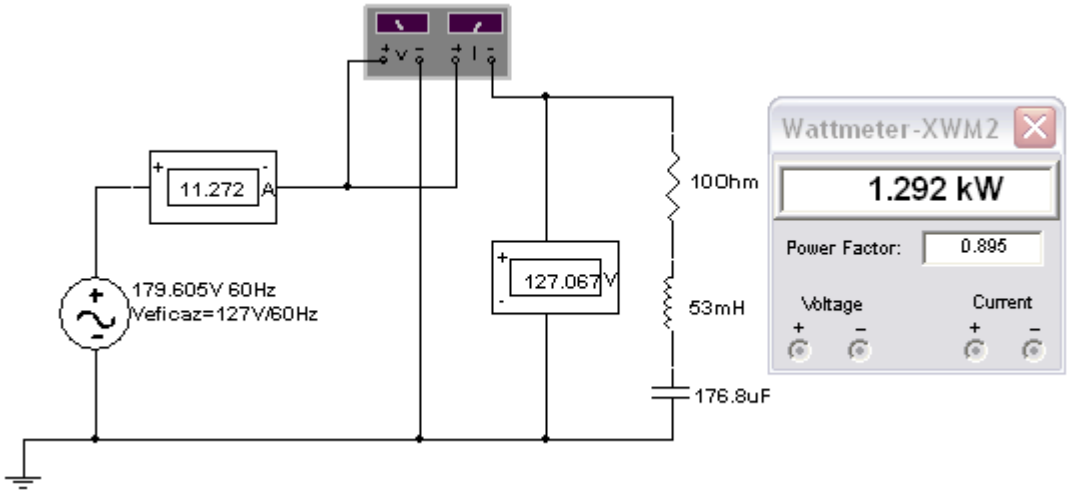
e) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
I=V÷Z
Veficaz=(179,605)÷√2=127V
I=(127/0º)÷(11,18/26,57º)
I=11,36/–26,57º A

f) A potência aparente que a fonte fornece ao circuito.
S=(V)x(I*)
S=(127/0º)x(11,36/+26,57º)
S=1442,72/+26,57º VA
S=1442,72[cos(26,57º)+(jsen26,57º)]
S=(1290,35+j645,31) VA

g) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte real da potência aparente.
P=1290,35W
Ou
$P=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos 26{,}57º)$
$P=(127)x(11{,}36)x(\cos 26{,}57º)=1290{,}35W$

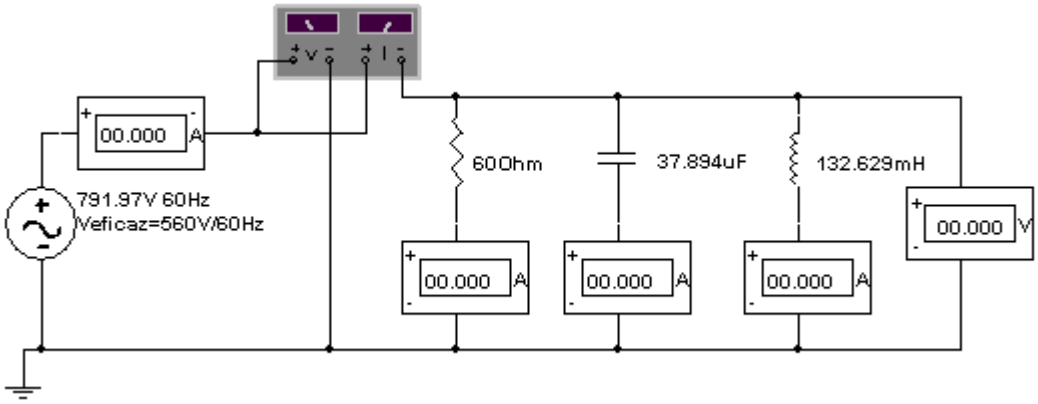
h) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte imaginária da potência aparente.
$jQ_L=j645{,}31var$
ou
$Q=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen 26{,}57º)$
$Q=(127)x(11{,}36)x(sen 26{,}57º)=j645{,}31var$

i) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



9.4 EXEMPLO DE CIRCUITO PARALELO – CORRENTE ALTERNADA

1) Para o circuito a seguir, pede-se:



a) Calcular a corrente na resistência.
Ir=V÷R
Veficaz=(791,96)÷√2=560V
Ir =(560/0º)÷(60/0º)
Ir =9,333/0º A
Passando a corrente Ir para a forma retangular.
Ir =9,33[cos(0º)+jsen(0º)]
Ir = (9,333 + j0) A

b) Calcular a reatância capacitiva.
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,000037894)
jXc=–j70Ω
jXc=70/–90º Ω

c) Calcular a corrente no capacitor.
Ic=V÷jXc
Veficaz=(791,96)÷√2=560V
Ic =(560/0º)÷(70/–90º)
Ic =8/90º A
Passando a corrente Ic para a forma retangular.
Ic =8[cos(90º)+jsen(90º)]
Ic = (0 + j8) A

d) Calcular a reatância indutiva.
jX_L = (j)x(2π)(f)x(L)
jX_L = (j)x(2π)(60)x(0,132629)
jX_L =j50Ω
jX_L =50/+90º Ω

e) Calcular a corrente no indutor.
I_L =V÷ jX_L
Veficaz=(791,96)÷√2=560V
I_L =(560/0º)÷(50/+90º)
I_L =11,2/–90º A
Passando a corrente I_L para a forma retangular.
I_L =11,2[cos(–90º)+jsen(–90º)]
I_L = (0–j11,2) A

f) Calcular a impedância equivalente do circuito.
$1 \div Zeq=(1 \div R)+(1 \div Zc)+(1 \div Z_L)$
$1 \div Zeq=(1 \div 60\underline{/0º})+(1 \div 70\underline{/-90º})+(1 \div 50\underline{/90º})$
$1 \div Zeq=(0{,}016667)+(0{,}0142857\underline{/+90º})+(0{,}02\underline{/-90º})$
$1 \div Zeq=0{,}016667+j0{,}0142857-j0{,}02$
$1 \div Zeq=0{,}016667-j0{,}0057143$
$1 \div Zeq=0{,}0176191\underline{/-18{,}925º}$
$Zeq = (1) \div 0{,}0176191\underline{/-18{,}925º}$
$Zeq = 56{,}756\underline{/+18{,}925º}\ \Omega$

g) Calcular o fator de potência do circuito.
FP=cos18,925º=0,95 indutivo.

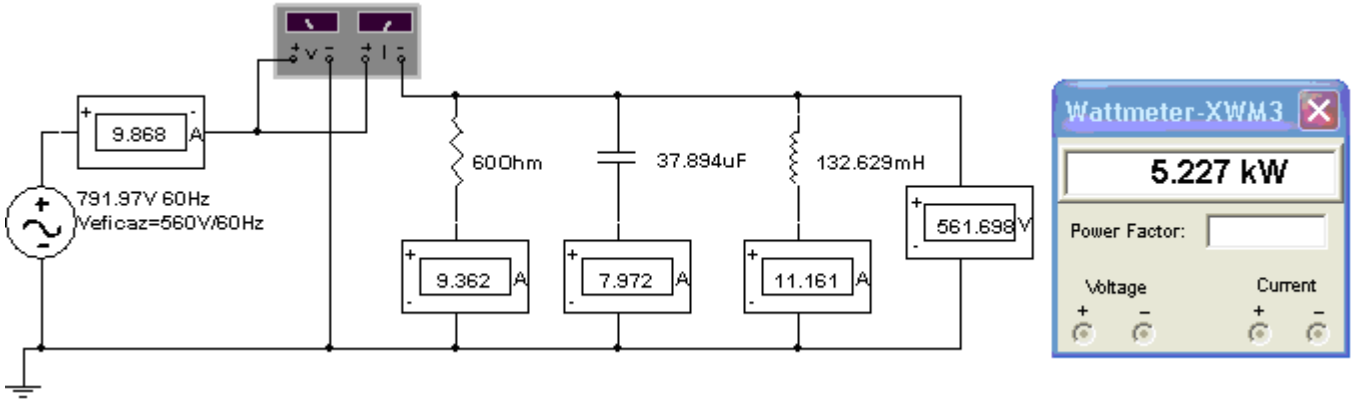
h) Calcular a corrente que a fonte fornece ao circuito.
$I_{fonte}=V_{eficaz} \div Zeq$
$I_{fonte}=(560\underline{/0º}) \div (56{,}756\underline{/+18{,}925º})=9{,}8668\underline{/-18{,}925º}$ A
Ou
$I_{fonte}=Ir+Ic+I_L$
$I_{fonte}=(9{,}333 + j0)+(0 + j8)+(0-j11{,}2)$ A
$I_{fonte}=(9{,}333-j3{,}2)=9{,}87\underline{/-18{,}925º}$ A

i) A potência aparente que a fonte fornece ao circuito.
$S=(V)x(I^*)$
$S=(560/0º)x(9{,}87\underline{/+18{,}925º})$
$S=5527{,}2\underline{/+18{,}925º}$ VA
$S=5535{,}408[\cos(+18{,}925º)+j\,sen(+18{,}925º)]$
$S=(5228{,}42+j1792{,}64)$ VA

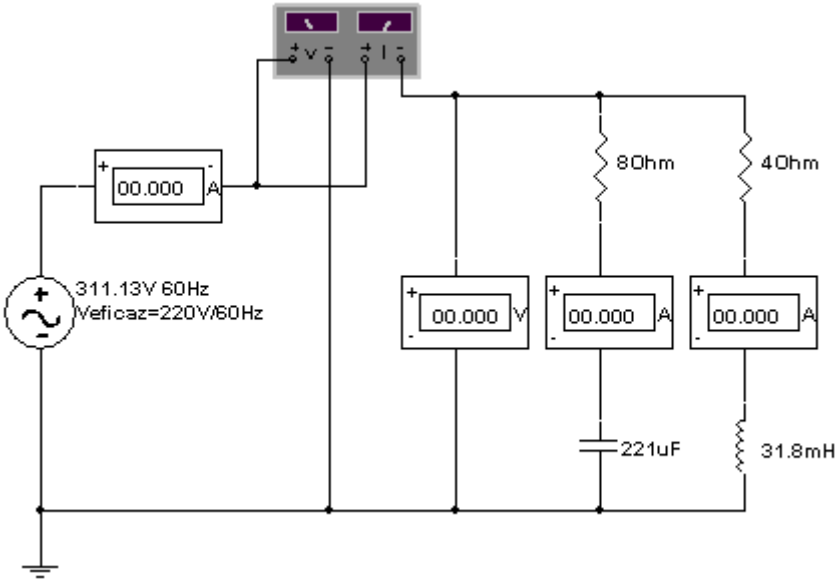
j) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte real da potência aparente.
P=5228,42W
ou
$P=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos 18{,}925º)$
$P=(560)x(9{,}87)x(\cos 18{,}925º)=5228{,}42W$

k) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte imaginária da potência aparente.
$jQ_L=+j1792{,}64var$
ou
$jQ_L=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen 15{,}24{,}57º)$
$jQ_L=(560)x(9{,}87)x(sen 18{,}925º)=+j1792{,}64var$

l) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



2) Uma carga composta por um resistor R=8Ω e um capacitor C=221μF está ligado em paralelo com outra carga composta por um resistor R=4Ω e um indutor L=31,8mH. As duas cargas são alimentadas pela fonte cuja tensão ($V_{máximo}$=311,13V-60Hz e V_{eficaz}=220V-60Hz), pede-se:



a) Calcular a reatância capacitiva.
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,000221)
jXc=–j12Ω

b) Passar a impedância (Zc) da forma retangular para a forma polar.
Zc=(8–j12)Ω
Zc=$\sqrt{(8)^2+(-12)^2}$
Zc=14,42Ω
tg φ = –12÷8 =–1,5
φ = arc. tg.(–1,5)=–56,31º
Zc=14,42/–56,31ºΩ

c) A corrente na impedância Zc.
Ic=V÷Zc
Veficaz=(311,13)÷√2=220V
Ic =(220/0º)÷(14,42/–56,31º)
Ic =15,26/+56,31º A
Passando a corrente Ic para a forma retangular.
Ic =15,26[cos(56,31º)+jsen(56,31º)]
Ic = (8,46 + j12,70) A

d) Calcular a reatância indutiva.
jX_L = (j)x(2π)(f)x(L)
jX_L = (j)x(2π)(60)x(0,0318)
jX_L =j12Ω

e) Passar a impedância (Z_L) da forma retangular para a forma polar.
Z_L=(4+j12)Ω
Z_L=$\sqrt{(4)^2+(12)^2}$
Z_L=12,65Ω
tg φ = 12÷4 =3
φ = arc. tg.3=71,57º

Z_L=12,65/71,57ºΩ

f) A corrente na impedância Z_L.
I_L=V÷Z_L
Veficaz=311,13√2=220V
I_L =(220/0º)÷(12,65/71,57ºΩ)
I_L =17,39/–71,57º A
Passando a corrente I_L para a forma retangular.
I_L =17,39[cos(-71,57º)+jsen(-71,57º)]
I_L = (5,50 – j16,50) A

g) Calcular a impedância equivalente do circuito.
1÷Zeq=(1÷Zc)+(1÷Z_L)
1÷Zeq=(1÷14,42/–56,31º)+(1÷/12,65/71,57º)
1÷Zeq=(0,0694/+56,31º)+(0,0791/–71,57º)
1÷Zeq=0,0694[cos(56,31º)+sen(56,31º)]+0,0791[cos(–71,57º)+sen(–71,57º)]
1÷Zeq=[0,0385+j0,0577]+[0,0250–j0,0750]
1÷Zeq=0,0635–j0,0173
1÷Zeq=$\sqrt{(0,0635)^2+(-0,0173)^2}$
1÷Zeq=0,0659/–15,24º
Zeq=(1)÷(0,0659/–15,24º)
Zeq=15,175/+15,24ºΩ

h) O fator de potência do circuito.
Cos(15,24º)=0,965 indutivo

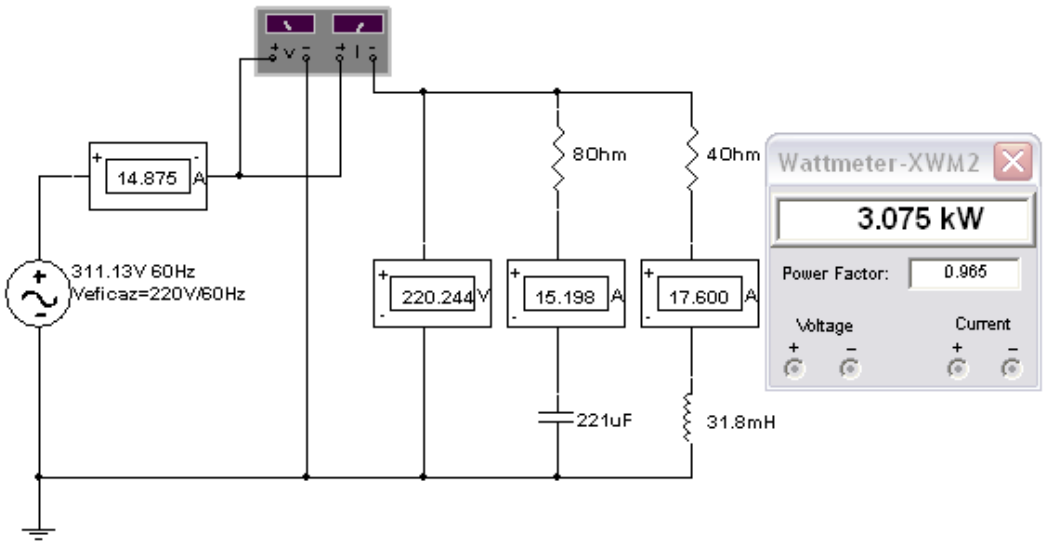
i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
I=V÷Z
Veficaz=311,13√2=220V
I=(220/0º)÷(15,175/+15,24º)
I=14,50/–15,24º A
Ou
I=Ic+I_L
I=(8,46 + j12,70)+ (5,50 – j16,50)
I=(13,96 – j3,80) A
I=14,47/-15,23º A

j) A potência aparente que a fonte fornece ao circuito.
S=(V)x(I*)
S=(220/0º)x(14,50/+15,24º)
S=3190/+15,24º VA
S=3190[cos(+15,24º)+jsen(+15,24º)]
S=(3078+j838,53) VA

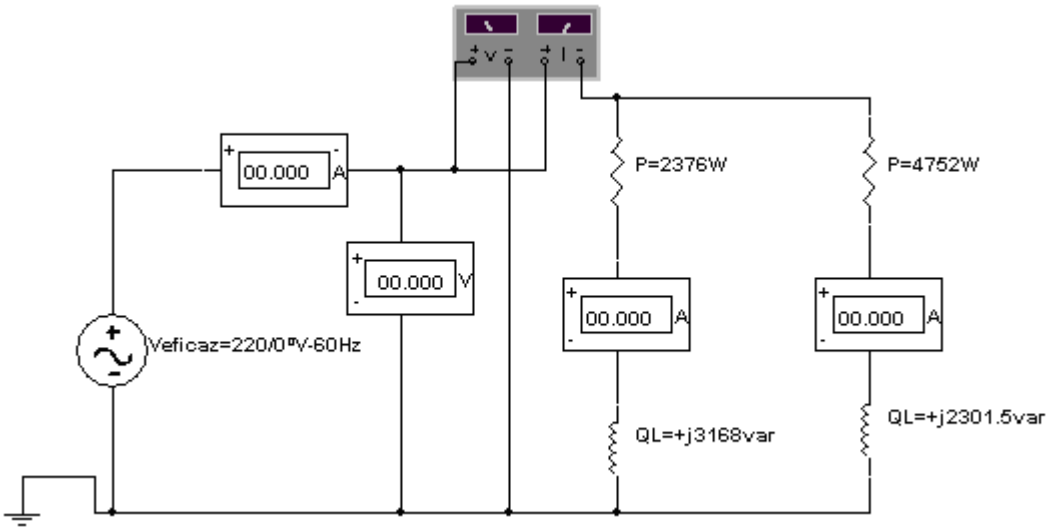
k) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte real da potência aparente.
P=3078W
ou
P=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(cos15,24,57º)
P=(220)x(14,50)x(cos15,24º)=3078W

l) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte imaginária da potência aparente.
jQ_L=+j838,53var
ou
jQ_L=(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen15,24,57º)
jQ_L=(220)x(14,50)x(sen15,24º)=+j838,53 var

m) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



3) Um motor consome potência ativa P=2376W e potência reativa Q_L=+j3168 var, este motor está ligado em paralelo com outro motor que consome potência ativa P=4752W e potência reativa Q_L=j2301,5 var. Os dois motores são alimentadas pela fonte cuja tensão eficaz (V_{eficaz}=220/0° V – 60Hz), pede-se:



a) Passar a potência aparente do primeiro motor da forma retangular para a forma polar.
S_1=(2376+j3168)VA
$S_1=\sqrt{(2376)^2+(3168)^2}$
S_1=3960VA
tg φ = 3168÷2376 =1,333
φ = arc. tg.(1,333)=53,13º
S_1=3960/+53,13ºVA

b) A corrente no primeiro motor.
S=(V)x(I*)

$I^*_1=S\div V$
$I^*_1=(3960\underline{/+53,13º})\div(220\underline{/0º})$
$I_1=18\underline{/-53,13º}$ A
Passar a corrente I_1 para a forma retangular.
$I_1=18[\cos(-53,13º)+j\text{sen}(-53,13º)]$
$I_1=(10,79-j14,41)$ A

c) Passar a potência aparente do segundo motor da forma retangular para a forma polar.
$S_2=(4752+j2301,5)$VA
$S_2=\sqrt{(4752)^2+(2301,5)^2}$
$S_2=5280$VA
tg φ =2301,5÷4752 =0,484
φ = arc. tg.(0,484)=25,842º
$S_2=5280\underline{/+25,842º}$VA

d) A corrente no segundo motor.
$S=(V)x(I^*)$
$I^*_2=S\div V$
$I^*_2=(5280\underline{/+25,842º})\div(220\underline{/0º})$
$I_2=24\underline{/-25,842º}$ A
Passar a corrente I_2 para a forma retangular.
$I_2=24[\cos(-25,842º)+j\text{sen}(-25,842º)]$
$I_2=(21,60-j10,46)$ A

e) A potência ativa que a fonte fornece.
$Pt=P_1+P_2$
Pt=2376+4752
Pt=7128W

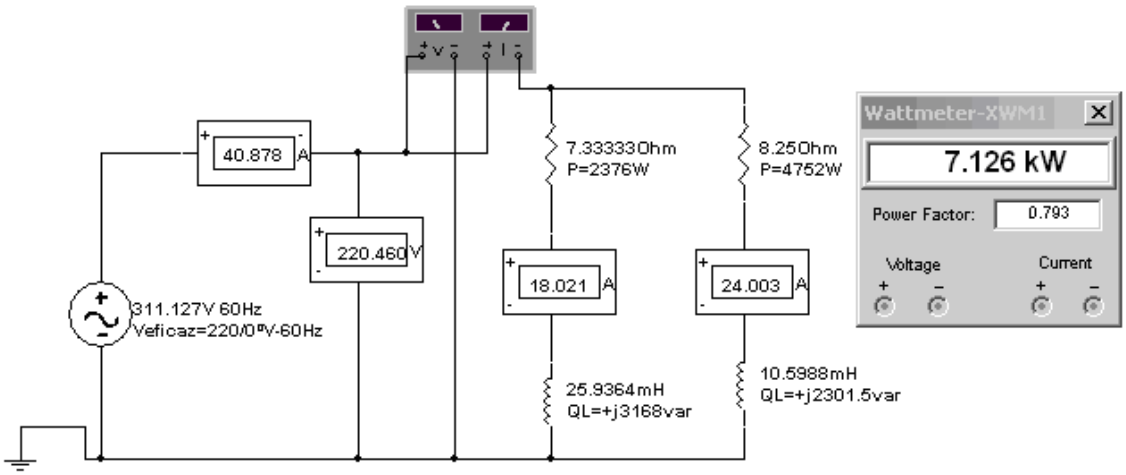
f) A potência reativa que a fonte fornece.
$jQ_{Lt}=jQ_{L1}+jQ_{L2}$
$jQ_{Lt}=j3168+j2301,5$
$jQ_{Lt}=j5469,5$ var

g) A potência aparente que a fonte fornece.
$St=S_1+S_2$
St=(2376+j3168)+(4752+j2301,5)
St=(7128+j5469,5)VA
$St=\sqrt{(7128)^2+(5469,5)^2}$
St=8984,64VA
tg φ =5469,5÷7128 =0,767
φ = arc. tg.(0,767)=37,5º
$St=8984,64\underline{/+37,5º}$VA

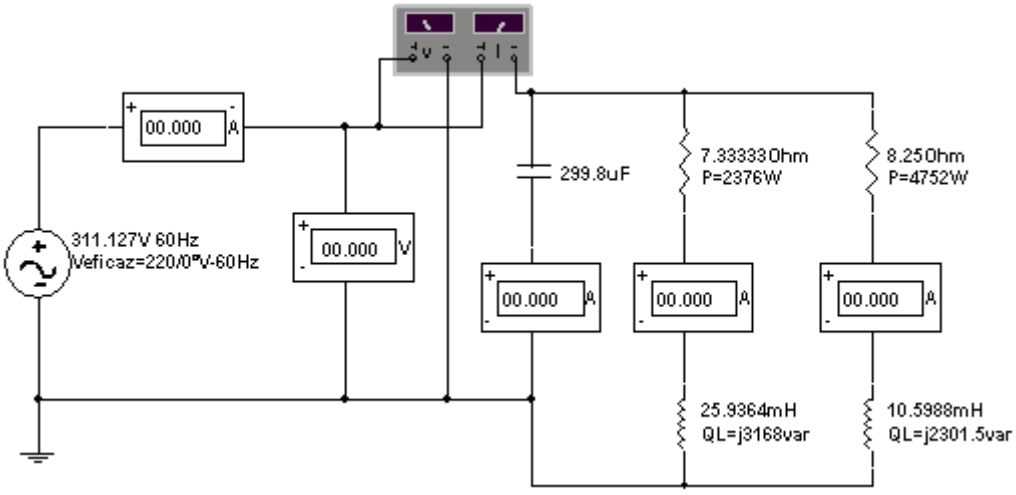
h) O fator de potência do circuito.
Cos(37,5º)=0,793 indutivo.

i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
$S=(V)x(I^*)$
$I^*t=S\div V$
$I^*t=(8984,64\underline{/+37,5º})\div(220\underline{/0º})$
$It=40,84\underline{/-37,5º}$ A
Ou
$It=I_1+I_2$
It=(10,79-j14,41)+ (21,60-j10,46)
It=(32,39-j24,86) A
$It=40,83\underline{/-37,51º}$ A

j) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



4) No exercício anterior (dois motores ligados em paralelo) foi conectado em paralelo com os dois motores um capacitor de C=299,8μF-220V-60Hz, pede-se:



a) A reatância capacitiva.
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,000299,8)
jXc=–j8,85Ω

b) A corrente no capacitor.
Ic=V÷Xc
Ic =(220/0º)÷(8,85/–90º)
Ic =24,865/+90º A

c) A potência aparente no capacitor.
Sc=(V)x(I*)
Sc=(220/0º)x(24,865/–90º)
Sc=5470,26/–90º var

Sc=5470,26[cos(–90º)+jsen(–90º)]
Sc=(0–j5470,26)VA

d) A potência reativa no capacitor.
Qc=–j5470,26var

e) A potência aparente que a fonte fornece.
$St=Sc+S_1+S_2$
St=(0–j5470,26)+(2376+j3168)+(4752+j2301,5)
St=(7128–j0,76)VA
$St=\sqrt{(7128)^2+(-0,76)^2}$
St=7128VA
tg φ =–0,76÷7128 =0
φ = arc. tg.(0)=0º
St=7128/0ºVA
St=7128[cos(0º)+jsen(0º)]
St=(7128–j0)VA

f) O fator de potência do circuito.
Cos(0º)=1

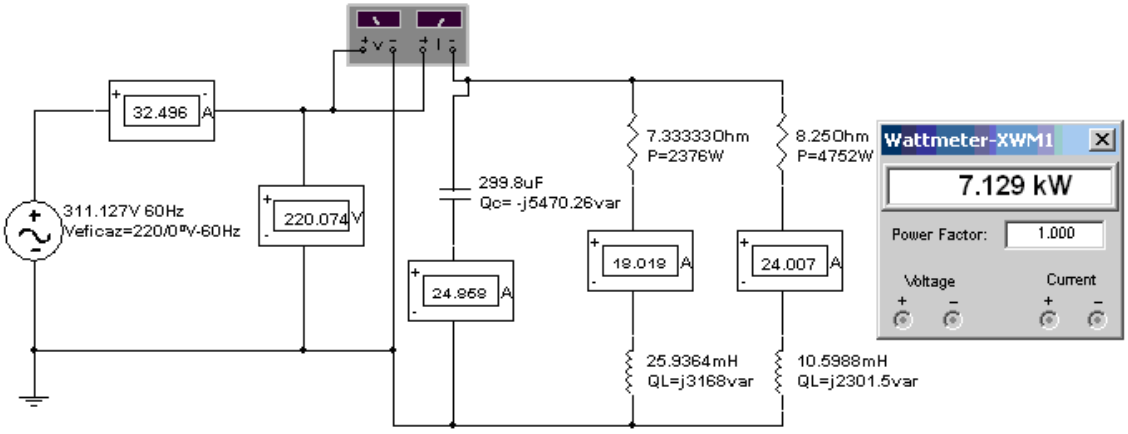
g) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte real da potência aparente.
P=7128W

h) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte imaginária da potência aparente.
jQ=0 var

i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
S=(V)x(I*)
I*t=St÷V
I*t=(7128/0º)÷(220/0º)
I*t=32,4/0º A

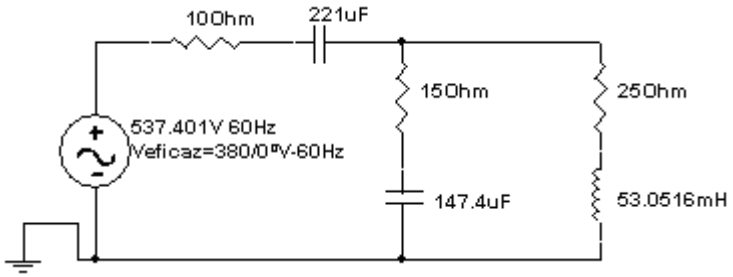
Com a colocação do capacitor, praticamente toda a potência reativa que os motores necessitam para funcionar, passou a ser trocado entre o capacitor e as bobinas dos motores, em conseqüência, a corrente e a potência aparente que a fonte fornece diminuíram.

j) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



9.5 EXEMPLO DE CIRCUITO MISTO – CORRENTE ALTERNADA

1) Para o circuito a seguir, pede-se:



a) Calcular a reatância do capacitor de 147,4μF
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,0001474)
jXc=–j18Ω

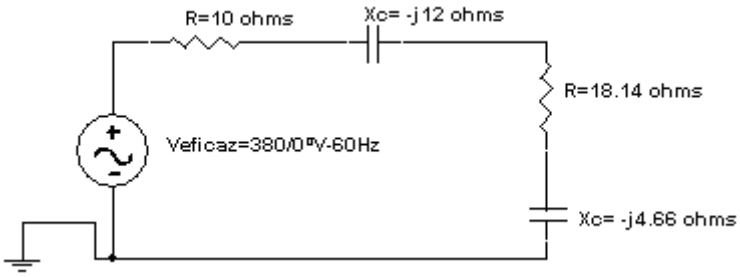
b) Passar a impedância (Zc) da forma retangular para a forma polar.
Zc=(15–j18)Ω
Zc=$\sqrt{(15)^2+(-18)^2}$
Zc=23,43Ω
tg φ = –18÷15=–1,2
φ = arc. tg.(–1,2)=–50,19º
Zc=23,43/–50,19ºΩ

c) Calcular a reatância indutiva.
jX_L = (j)x(2π)(f)x(L)
jX_L = (j)x(2π)(60)x(0,0530516)
jX_L =j20Ω

d) Passar a impedância (Z_L) da forma retangular para a forma polar.
Z_L=(25+j20)Ω
Z_L=$\sqrt{(25)^2+(20)^2}$
Z_L=32,02Ω
tg φ =20÷25 =0,8
φ = arc. tg.0,8=38,66º
Z_L=32,02/38,66ºΩ

e) Calcular a impedância equivalente entre Zc e Z_L.
1÷Zc_L=(1÷/Zc)+(1÷/Z_L)
1÷Zc_L=(1÷23,43/–50,19º)+(1÷32,02/38,66º)
1÷Zc_L=(0,0426803/–50,19º)+(0,0312305/38,66º)
1÷Zc_L=0,0426803[cos(–50,19º)+sen(–50,19º)]+ 0,0312305[cos(38,66º)+sen(38,66º)]
1÷Zc_L=[0,0273258–j0,0327858]+[0,0243869+j0,0195096]
1÷Zc_L=0,0517127–j0,0132762
1÷Zc_L=$\sqrt{(0,0517127)^2+(-0,0132761)^2}$
1÷Zc_L=0,0533897/–14,40º
Zc_L=(1)÷(0,0533897/–14,40º)
Zc_L=18,73/–14,40ºΩ
Zc_L=18,73[cos(–14,40º)+jsen(–14,40º)]
Zc_L=(18,14–j4,66)Ω

f) Calcular a reatância do capacitor de 221μF.
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,000221)
jXc=–j12Ω



g) A impedância do circuito.
$Zt=(10–j12)+Zc_L$
Zt=(10–j12)+(18,14–j4,66)
Zt=(28,14–j16,66)Ω
Zt=32,70/–30,63º Ω

h) O fator de potência do circuito.
Cos(–30,63º)=0,860 capacitivo

i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
I_f=V÷Zt
Veficaz=(537,401)÷√2=380V
I_f=(380/0º)÷(32,70/–30,63º)
I_f=11,62/+30,63º A

j) Calcular a tensão nas impedâncias Zc e Z_L.
$Vzc_L=(I_f)x(Zc_L)$
Vzc_L=(11,62/+30,63º)x(18,73/–14,40º)
Vzc_L=(217,64/+16,23º)V

k) A corrente na impedância Zc.
Ic=V÷Zc
Ic =(217,64/+16,23º)÷(23,43/–50,19º)
Ic =9,29/+66,42º A

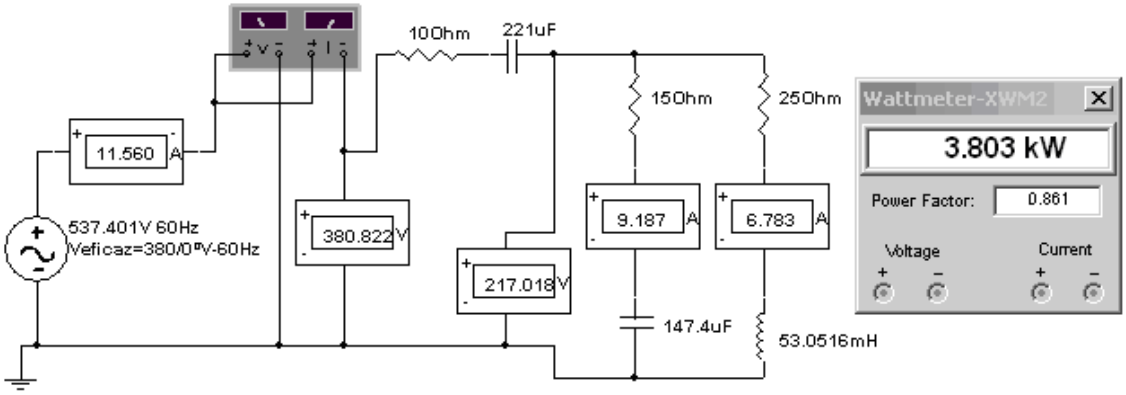
l) A corrente na impedância Z_L.
I_L=V÷Zc
I_L=(217,64/+16,23º)÷(32,02/38,66º)
I_L=6,80/–22,43º A

m) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
S=(V)x(I*)
S=(380/0º)x(11,62/–30,63º)
S=4415,6/–30,63º VA
S=4415,6[cos(–30,63º)+jsen(–30,63º)]
S=(3800–j2249,71) VA

n) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte real da potência aparente.
P=3800W

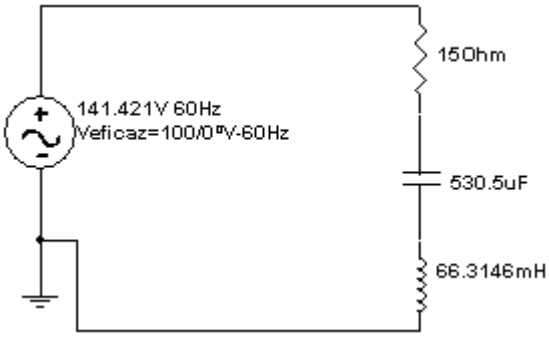
o) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.
É a parte imaginária da potência aparente.
jQc=–j2249,71var

p) A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



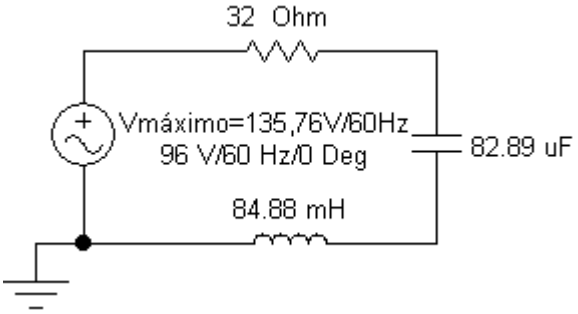
Exercícios propostos

1) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



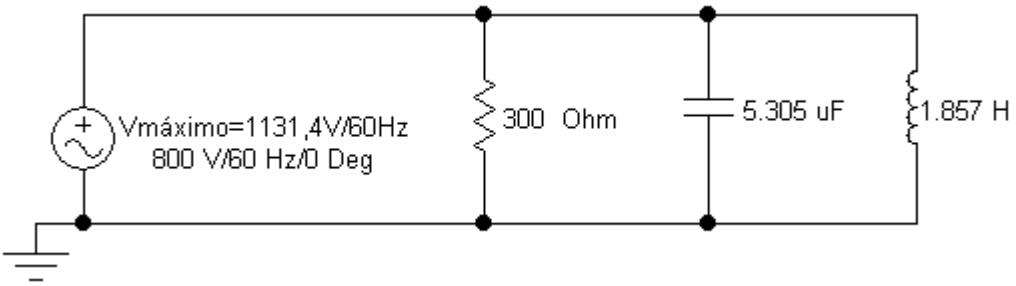
a) A reatância capacitiva.
b) A reatância indutiva.
c) Passar a impedância da forma retangular para a forma polar.
d) O fator de potência do circuito.
e) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
f) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
g) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
h) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

2) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



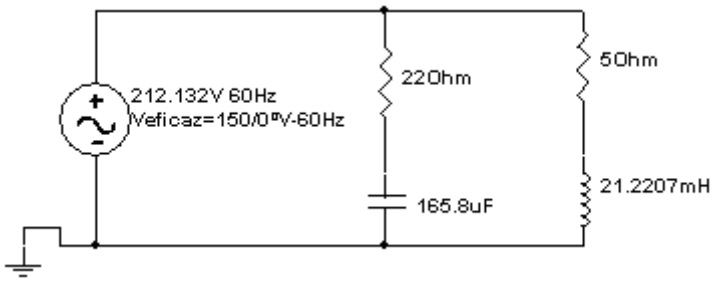
a) A reatância capacitiva.
b) A reatância indutiva.
c) Passar a impedância da forma retangular para a forma polar.
d) O fator de potência do circuito.
e) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
f) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
g) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
h) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

3) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



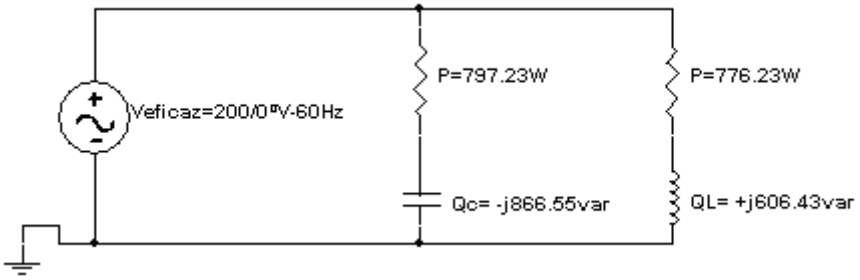
a) A corrente no resistor.
b) A reatância capacitiva.
c) A corrente que circula no capacitor.
d) A reatância indutiva.
e) A corrente que circula no indutor.
f) A impedância equivalente do circuito.
g) O fator de potência do circuito.
h) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
i) A potência aparente que a fonte fornece ao circuito.
j) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
k) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

4) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Calcular a reatância capacitiva.
b) Passar a impedância (Zc) da forma retangular para a forma polar.
c) A corrente na impedância Zc.
d) Calcular a reatância indutiva.
e) Passar a impedância (Z_L) da forma retangular para a forma polar.
f) A corrente na impedância Z_L.
g) Calcular a impedância equivalente do circuito.
h) O fator de potência do circuito.
i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
j) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
k) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
l) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

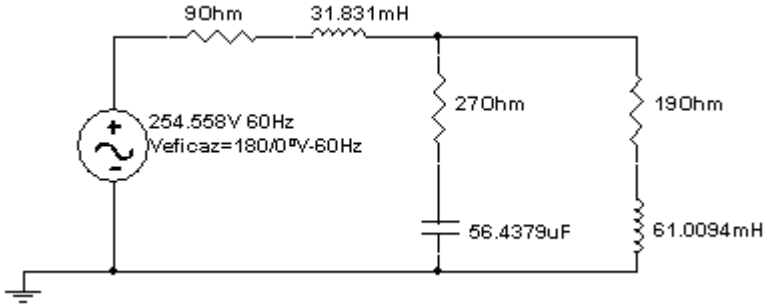
5) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Passar a potência aparente da primeira impedância (Zc) da forma retangular para a forma polar.
b) A corrente na primeira impedância (Zc).
c) Passar a potência aparente da segunda impedância (Z_L) da forma retangular para a forma polar.
d) A corrente na segunda impedância (Z_L).
e) A potência ativa que a fonte fornece.
f) A potência reativa que a fonte fornece.
g) A potência aparente que a fonte fornece.
h) O fator de potência do circuito.
i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.

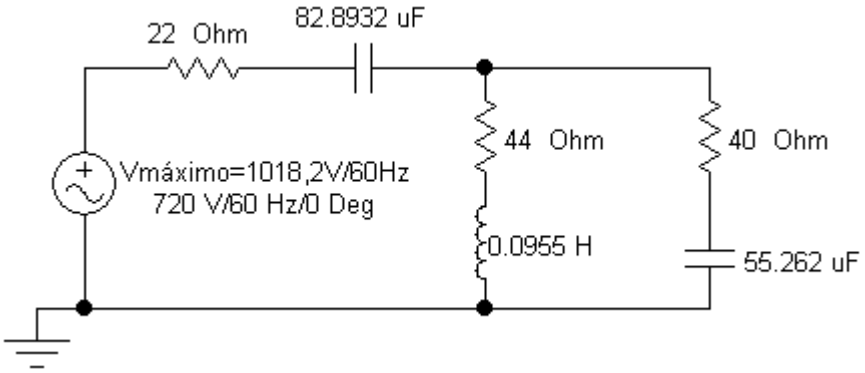
6) Para o circuito anterior (exercício 3), dimensionar um indutor (em H) ou capacitor (em F), para ser instalado em paralelo com as impedâncias, de tal forma que não tenha necessidade que a fonte forneça de modo contínuo, potência reativa ao circuito.

7) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Calcular a reatância no capacitor de 56,4379μF.
b) Passar a impedância (Zc=27-jXc) da forma retangular para a forma polar.
c) Calcular a reatância no indutor de 61,0094mH.
d) Passar a impedância (Z_L=19+jX_L) da forma retangular para a forma polar.
e) Calcular a impedância equivalente de Zc=27-jXc e Z_L=19+jX_L
f) Calcular a reatância no indutor de 31,831mH.
g) A impedância do circuito.
h) O fator de potência do circuito.
i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
j) Calcular a tensão nas impedâncias Zc=27-jXc e Z_L=19+jX_L
k) A corrente na impedância Zc=27-jXc
l) A corrente na impedância Z_L=19+jX_L
m) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
n) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
o) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

8) Para o circuito a seguir calcule o que se pede:



a) Calcular a reatância no capacitor de 55,262μF.
b) Passar a impedância (Zc=40-jXc) da forma retangular para a forma polar.
c) Calcular a reatância no indutor de 0,0955H.
d) Passar a impedância (Z_L=44+jX_L) da forma retangular para a forma polar.
e) Calcular a impedância equivalente de Zc=40-jXc e Z_L=44+jX_L
f) Calcular a reatância no capacitor de 82,8932μF
g) A impedância do circuito.
h) O fator de potência do circuito.
i) A corrente que a fonte fornece ao circuito.
j) Calcular a tensão nas impedâncias Zc=40-jXc e Z_L=44+jX_L
k) A corrente na impedância Z_L=44+jX_L
l) A corrente na impedância Zc=40-jXc
m) A potência aparente que a fonte fornece à carga.
n) A potência ativa que a fonte fornece ao circuito.
o) A potência reativa que a fonte fornece ao circuito.

10 Unidade 10 - SISTEMA TRIFÁSICO

A corrente alternada normalmente é gerada em três fases, sendo: três condutores carregados eletricamente e, em geral, mais um condutor neutro ligado a terra.

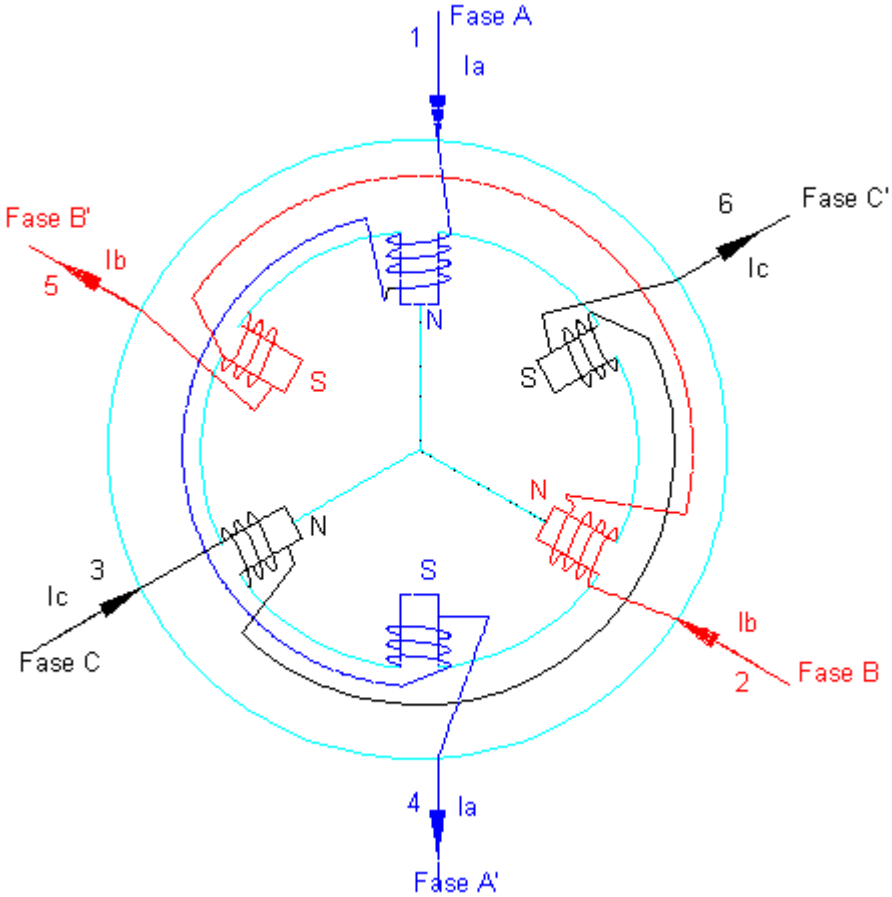
O gerador de corrente alternada trifásico para produzir no mínimo dois pólos, por fase, possui no mínimo seis conjuntos de bobinas no estator.

Os geradores das centrais elétricas possuem grande quantidade de pólos, por serem fabricados com um número grande de conjuntos de bobinas.

O esquema elétrico simplificado a seguir representa o campo magnético gerado no estator de uma máquina elétrica trifásica de dois pólos magnéticos por fase.

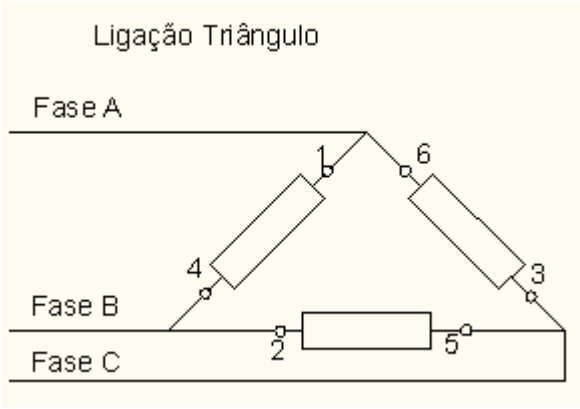
Os números nas fases são os utilizados nos motores de indução trifásicos.

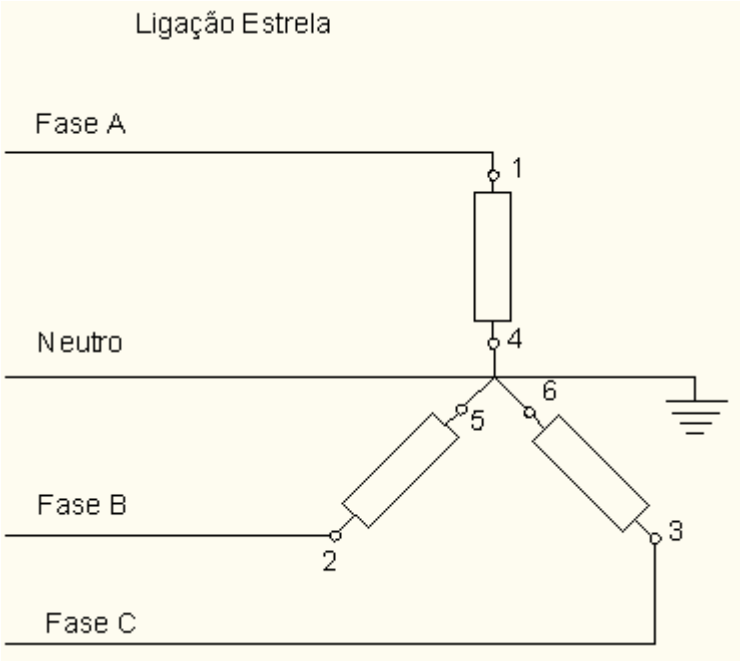
Observa-se que as bobinas com pólos de mesmo nome estão defasadas de 120º, em conseqüência, as correntes e as tensões geradas, também estarão defasadas de 120º.



10.1 LIGAÇÃO ESTRELA E TRIÂNGULO

As formas mais comuns de ligações dos sistemas trifásicos, embora existam outras, são: ligação em estrela (Y) e ligação em triângulo ou delta (Δ)



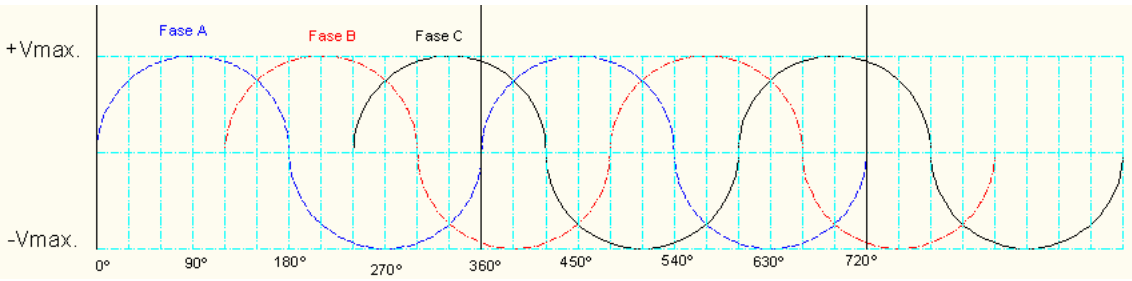


Na ligação estrela, além das três fases, há possibilidade da ligação do condutor neutro e de aterramento.

Na ligação triângulo só há possibilidade de ligar as três fases.

Dependendo dos equipamentos a serem instalados no sistema trifásico é usada uma ou outra ligação. Em geral, prefere-se ligação em estrela, por haver possibilidade de conexão a terra, em conseqüência, o sistema apresenta melhor proteção contra eventuais curtos circuitos, com isto, sendo mais seguro para pessoas e equipamentos se comparado à ligação em triângulo.

10.2 FORMA DE ONDA DE TENSÃO E CORRENTE DE UM SISTEMA TRIFÁSICO

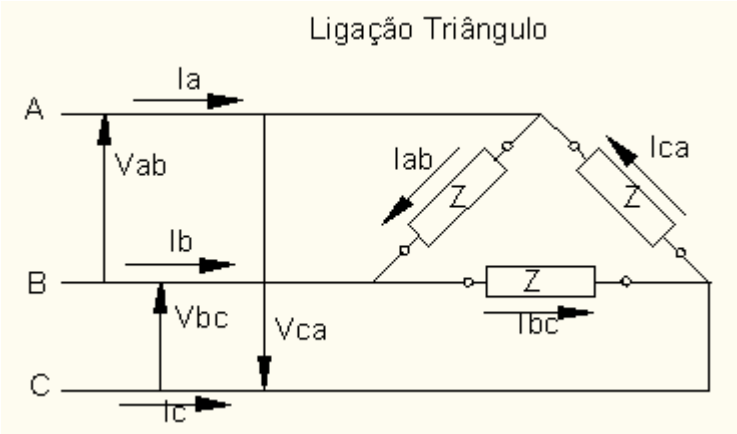


As ondas geradas em um sistema trifásico estão defasadas de 120º, ou seja: a onda de tensão da fase A está 120º defasada da onda de tensão da fase B, a onda de tensão da fase B está 120º defasada da onda de tensão da fase C.

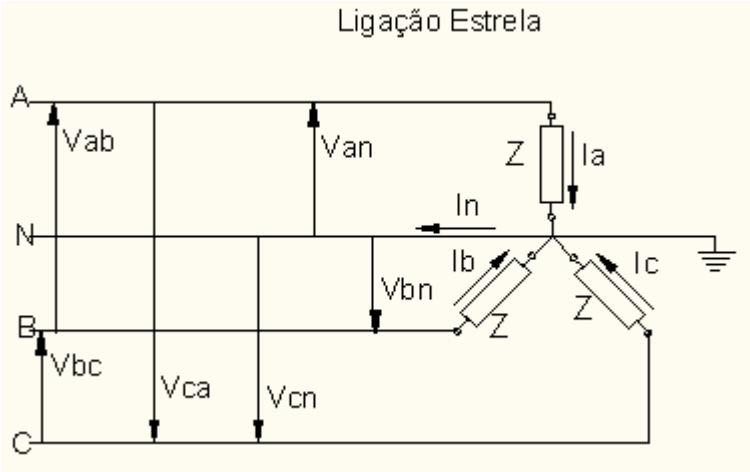
10.3 TENSÃO DE LINHA E TENSÃO DE FASE

Tensão de linha (V_L) é a tensão medida entre duas fases, ou seja: Vab, Vca, Vbc.
Tensão de fase (Vf) é a tensão medida entre uma fase e o neutro: Van, Vcn, Vbn.

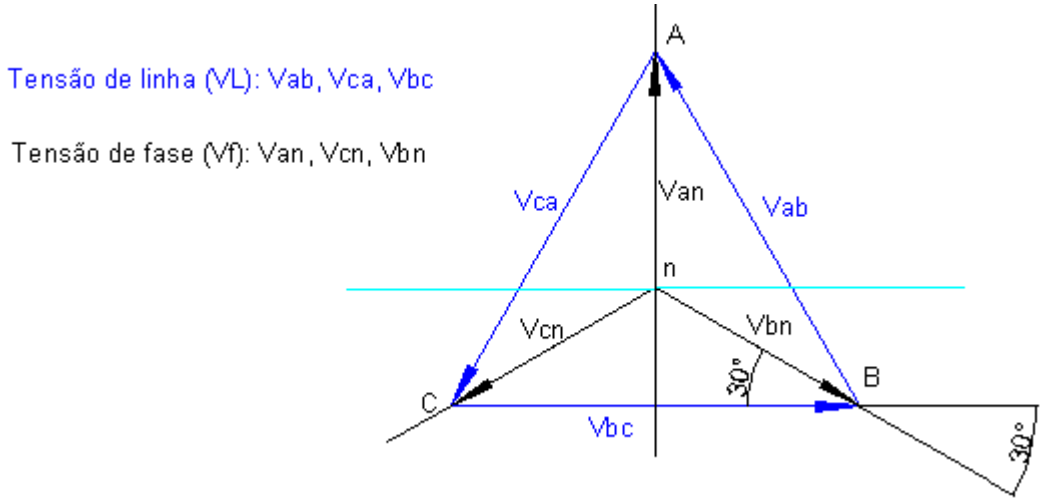
LIGAÇÃO TRIÂNGULO
Tensão de linha: Vab, Vca, Vbc.
Corrente de linha: Ia, Ib, Ic.
Corrente de fase: Iab, Ica, Ibc.



LIGAÇÃO ESTRELA
Tensão de linha: Vab, Vca, Vbc.
Tensão de fase: Van, Vcn, Vbn.
Corrente de linha: Ia, Ib, Ic.



10.4 RELAÇÃO ENTRE TENSÃO DE LINHA E TENSÃO DE FASE



No diagrama acima a tensão de linha Vbc está a 30º da tensão de fase Vbn, então:
Cos30º = [(Vbc)÷(2)]÷[Vbn]

[(Vbc)÷(2)] = [Vbn]x[cos30º]

Vbc = (2)x(Vbn)x[(√3)÷(2)]

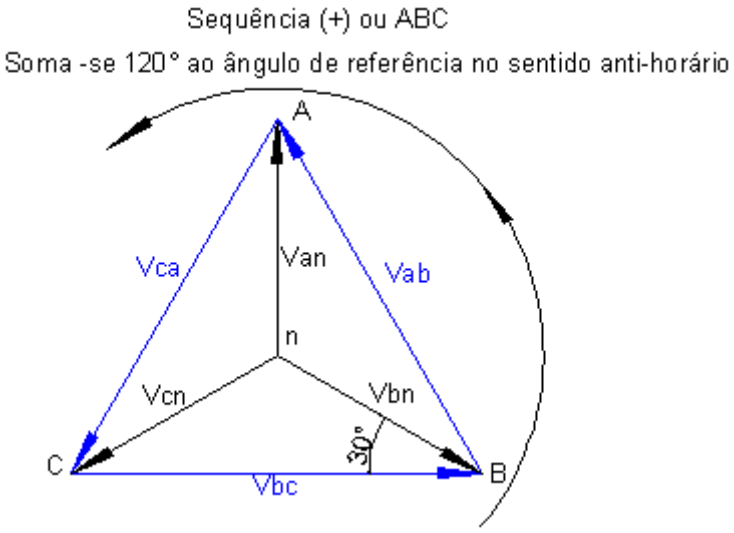
Vbc = (√3)x(Vcn), logo:

VL = (√3)x(Vf)

Vf = (VL)÷(√3)

10.5 SEQÜÊNCIA DE FASES

Pode-se tomar qualquer tensão como referência e acrescentar 120º ao ângulo da tensão seguinte conforme a seqüência de fases.



Por exemplo:

Tendo na referência: Vbc = VL/0º V, então:

Vab = VL/0º+120º
Vab = VL/120º

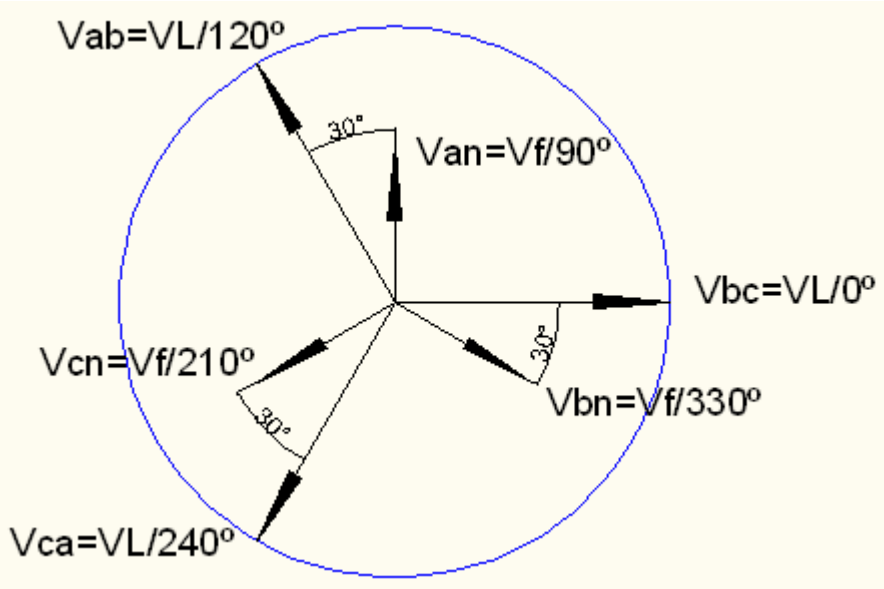
Vca = VL/0º+120º+120
Vca = VL/240º

Tendo na referência: Van = Vf/90º V, então:

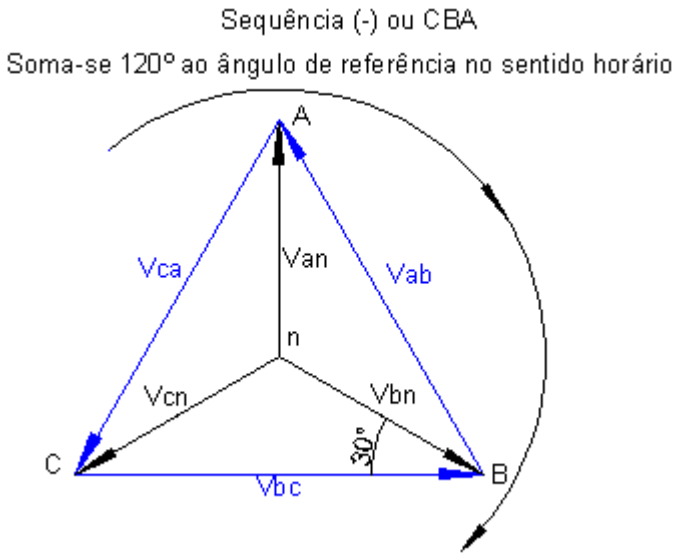
Vcn = Vf/90º+120º
Vcn = Vf/210º

Vbn = Vf/90º+120º+120º
Vbn = Vf/330º

Diagrama fasorial das tensões de Linha e de Fase – Seqüência (+)



Na seqüência positiva (ABC) a tensão de linha (VL) está 30º ADIANTADA da tensão de fase (Vf).



Por exemplo

Tendo na referência: Vbc = VL/180º V, então:

Vca = VL/180º+120º
Vca = VL/300º

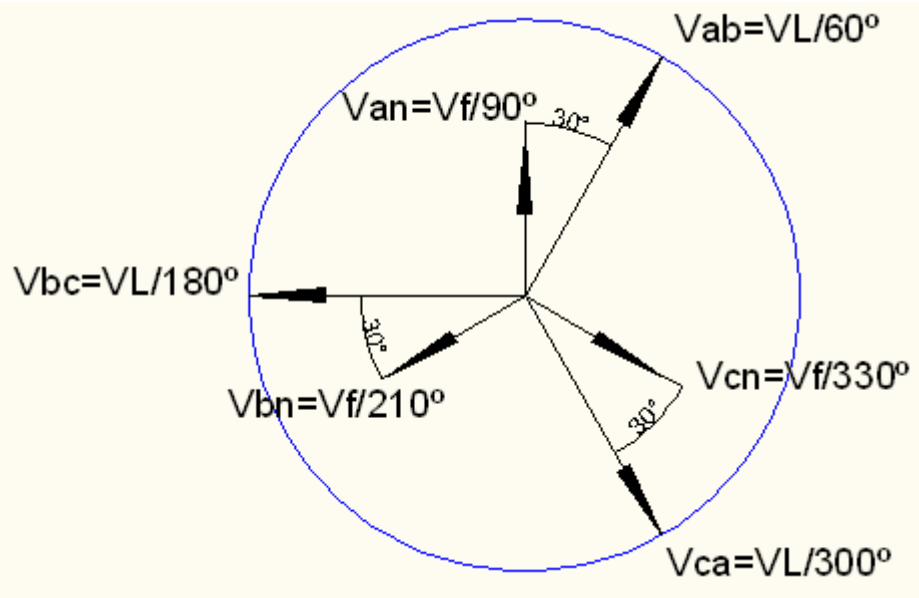
Vab = VL/180º+120º+120º
Vab = VL/420º
Vab = VL/60º

Tendo na referência: Van = Vf/90º V, então:

Vbn = Vf/90º+120º
Vbn = Vf/210º

Vcn = Vf/90º+120º+120º
Vcn = Vf/330º

Diagrama fasorial das tensões de Linha e de Fase – Seqüência (-)



Na seqüência negativa (CBA) a tensão de linha (VL) está 30º ATRASADA da tensão de fase (Vf).

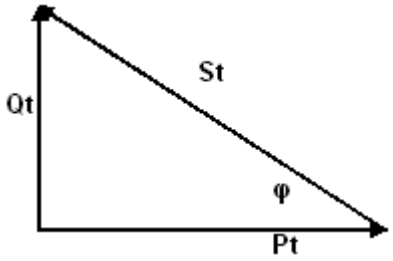
10.6 CARGAS EQUILIBRADAS

As cargas são equilibradas quando a impedância da carga é igual nas três fases, em conseqüência as potências são iguais e, também, o módulo das correntes tem o mesmo valor nas três fases.

10.7 POTÊNCIA TRIFÁSICA – CARGAS EQUILIBRADAS

LIGAÇÃO EM ESTRELA
St=(3)x(Vf)x(IL), mas Vf=[(VL)÷(√3)], então:
St=(3)[(VL)÷(√3)]x(IL)
St=(3)÷(√3)x(VL)x(IL), multiplicando por (√3)÷(√3), então:
St=√3(VL)x(IL)

LIGAÇÃO EM TRIÂNGULO
St=(3)x(VL)x(If), mas If=[(IL)÷(√3)], então:
St=(3)[(VL)x=[(IL)÷(√3)],
St=(3)÷(√3)x(VL)x(IL), multiplicando por (√3)÷(√3), então:
St=√3(VL)x(IL)



Pt=√3(VL)x(IL)x(Cosφ)

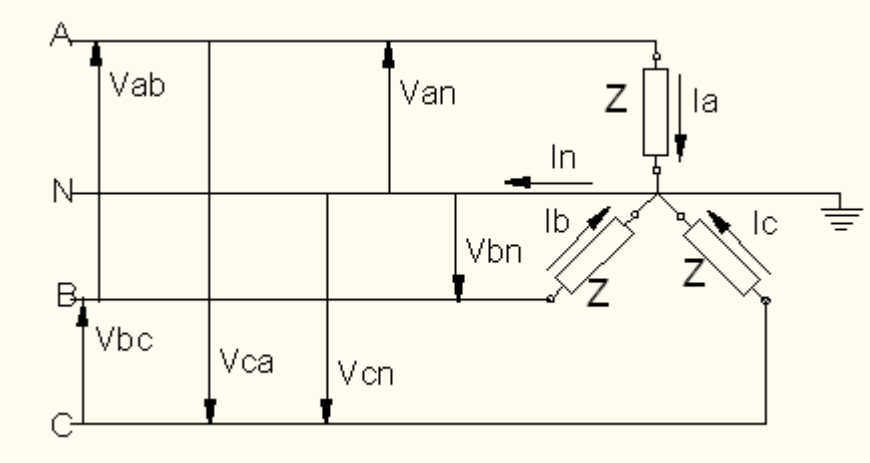
Qt=√3(VL)x(IL)x(Senφ)

10.8 CARGAS EQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA

Para cargas equilibradas ligadas em estrela, além dos módulos das correntes serem iguais, se tiver condutor neutro, a corrente neste será nula.

Exercício

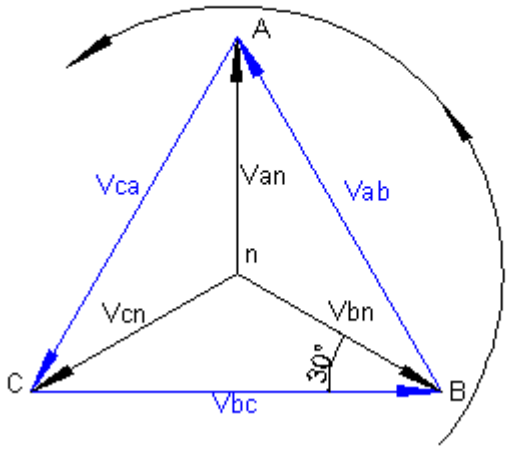
Uma carga trifásica equilibrada ligada em estrela de impedância Z=10/20º Ω, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de fase Vcn=120/40º V, na seqüência positiva, pede-se:



a) O módulo e os ângulos das outras tensões de fase.

Sequência (+) ou ABC

Soma -se 120° ao ângulo de referência no sentido anti-horário



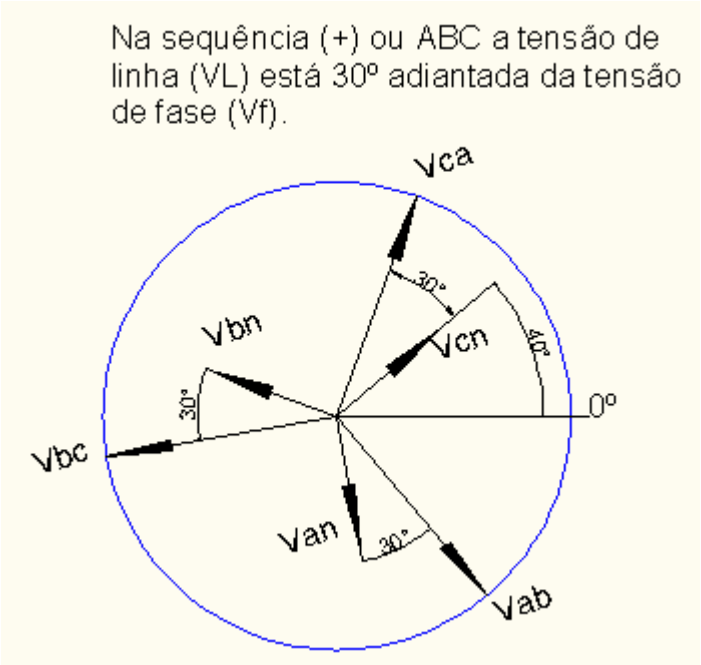
Tendo na referência: Vcn=120/40º V, então:

Vbn=120/40º+120º
Vbn=120/160º V

Van=120/40º+120º+120º
Van=120/280º V

b) O módulo das tensões de linha.
VL = (√3)x(Vf)
VL = (√3)x(120)
VL = 207,85V

c) O módulo e os ângulos das tensões de linha.



Tendo na referência: Vcn=120/40º V, então:

Vca=(√3)x(120)/40º+30º V
Vca=207,85/70º V

Vbc=207,85/70º+120º V
Vbc=207,85/190º V

Vab=207,85/70º+120º+120º
Vab=207,85/310º V

d) As correntes de linha.

Ia = (Van)÷(Z)
Ia = (120/280º)÷(10/20º)=12/260º=(-2,08-j11,82) A

Ib = (Vbn)÷(Z)
Ib = (120/160º)÷(10/20º)=12/140º=(-9,19+j7,71) A

Ic = (Vcn)÷(Z)
Ic = (120/40º)÷(10/20º)=12/20º=(11,28+j4,10) A

e) A corrente no neutro.

In=Ia+Ic+Ib=0

Para cargas equilibradas a corrente de neutro é igual a zero.

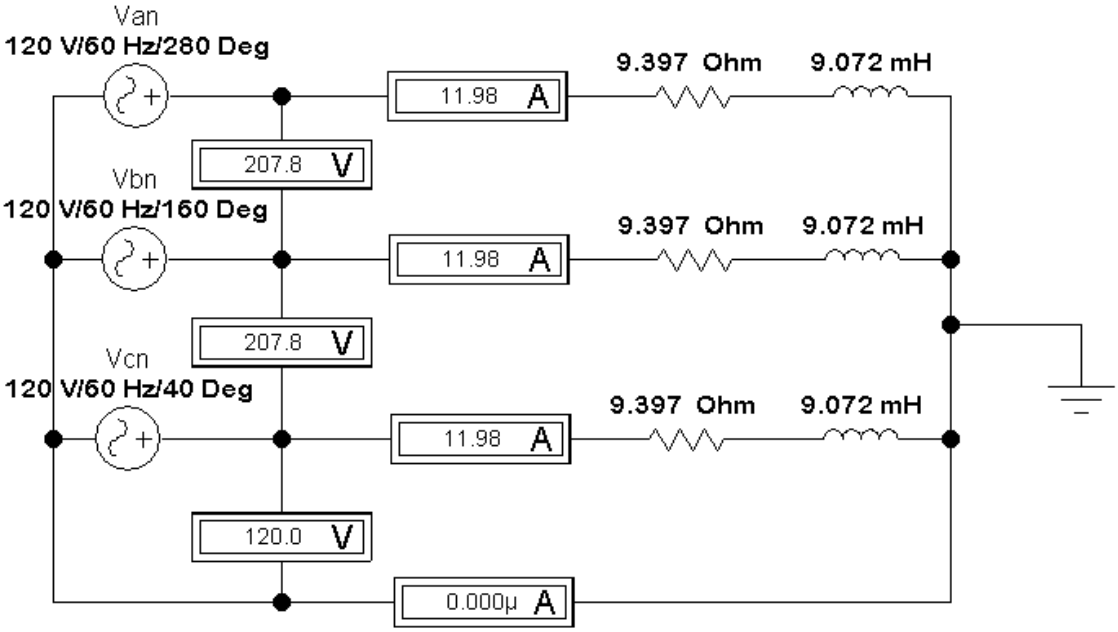
f) O fator de potência.
Para cargas equilibradas o fator de potência é o cosseno do ângulo da impedância.
FP=cós(20º)=0,94 indutivo, pois o ângulo é positivo.

g) A potência aparente trifásica.
St=√3(VL)x(IL)
St=√3(207,85)x(12)
St=4320/20º VA
St=(4059,5+j1477,53) VA

h) A potência ativa trifásica.
Pt=4059,5W
ou
Pt=√3(VL)x(IL)x(cosφ)
Pt=√3(207,85)x(12)x(cos20º)
Pt=4059,5W

i) A potência reativa trifásica.
Qt=+j1477,53 var
ou
Qt=√3(VL)x(IL)x(senφ)
Qt=√3(207,85)x(12)x(sen20º)
Qt=+j1477,5 var

No diagrama elétrico a seguir, os instrumentos estão indicando as medidas, a fonte e a carga estão ligadas em estrela, com condutor neutro aterrado.



Exercícios propostos

1) Uma carga trifásica equilibrada ligada em estrela de impedância Z=30/-60º Ω, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de fase Van=127/25º V, na seqüência negativa, pede-se:

a) O módulo e os ângulos das outras tensões de fase.
b) O módulo e os ângulos das tensões de linha.
c) As correntes de linha.
d) A corrente no neutro.
e) O fator de potência.
f) A potência aparente trifásica.
g) A potência ativa trifásica.
h) A potência reativa trifásica.

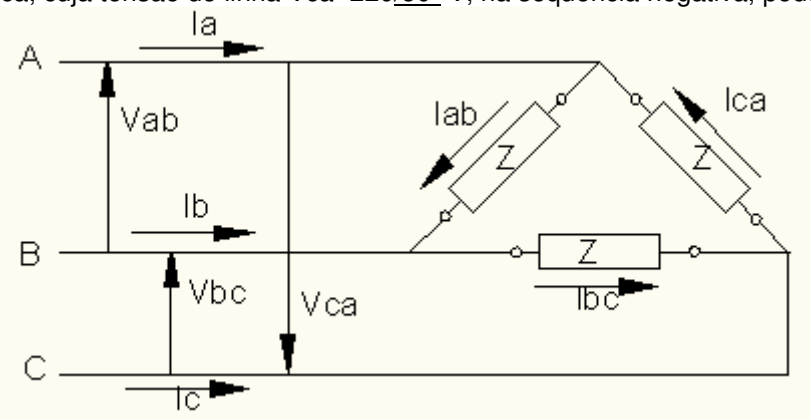
2) Uma carga trifásica equilibrada ligada em estrela de impedância Z=25/36º Ω, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vca=440/210º V, na seqüência positiva, pede-se:

a) O módulo e os ângulos das outras tensões de linha.
b) O módulo e os ângulos das tensões de fase.
c) As correntes de linha.
d) A corrente no neutro.
e) O fator de potência.
f) A potência aparente trifásica.
g) A potência ativa trifásica.
h) A potência reativa trifásica.

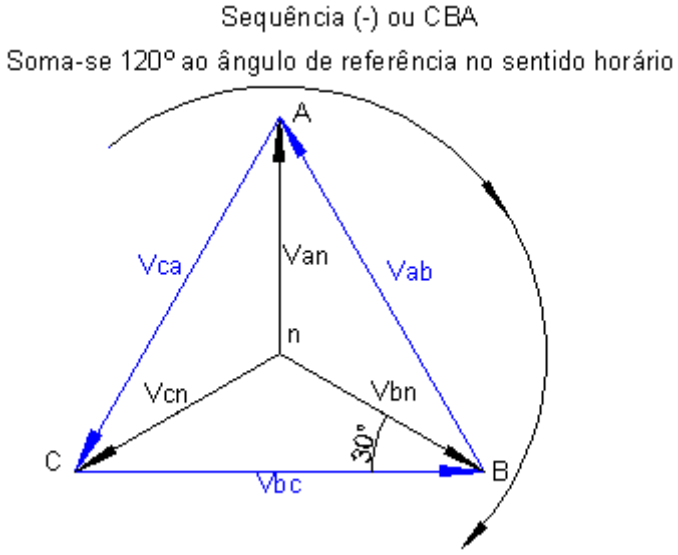
10.9 CARGAS EQUILIBRADAS – LIGADAS EM TRIÂNGULO

Exercício

Uma carga trifásica equilibrada ligada em triângulo de impedância Z=10/20º Ω, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vca=220/50º V, na seqüência negativa, pede-se:



a) As outras tensões de linha.



Tendo na referência: Vca=220/50º V, então:

Vab=220/50º+120º V
Vab=220/170º V

Vbc=220/50º+120º+120º
Vbc=220/290º V

Na seqüência negativa (CBA) a tensão de linha (VL) está atrasada 30º da tensão de fase (Vf), logo:

Vcn=127/80º V
Van=127/200º V
Vbn=127/320º V

b) As correntes de fase.

Iab = (Vab)÷(Z)
Iab = (220/170º)÷(10/20º)=22/150º=(-19,05+j11) A

Ibc = (Vbc)÷(Z)
Ibc = (220/290º)÷(10/20º)=22/270º=(0-j22) A

Ica = (Vca)÷(Z)
Ica = (220/50º)÷(10/20º)=22/30º=(19,05+j11) A

c) As correntes de linha.

Para o nó A:
-Ia-Ica+Iab=0
Ia=Iab-Ica
Ia=(-19,05+j11)-(19,05+j11)
Ia=-19,05+j11-19,05-j11)
Ia=(-38,10+j0)
Ia=38,10/180º A

Para o nó B:
-Ib-Iab+Ibc=0
Ib=Ibc-Iab
Ib=(0-j22)-(-19,05+j11)
Ib=0-j22+19,05-j11
Ib=(19,05-j33)
Ib=38,10/-60º A
Ib=38,10/300º A

Para o nó C:
-Ic-Ica+Ibc=0
Ic=Ica-Ibc
Ic=(19,05+j11)-(0-j22)
Ic=19,05+j11-0+j22
Ic=19,05+j33
Ic=38,10/60º A

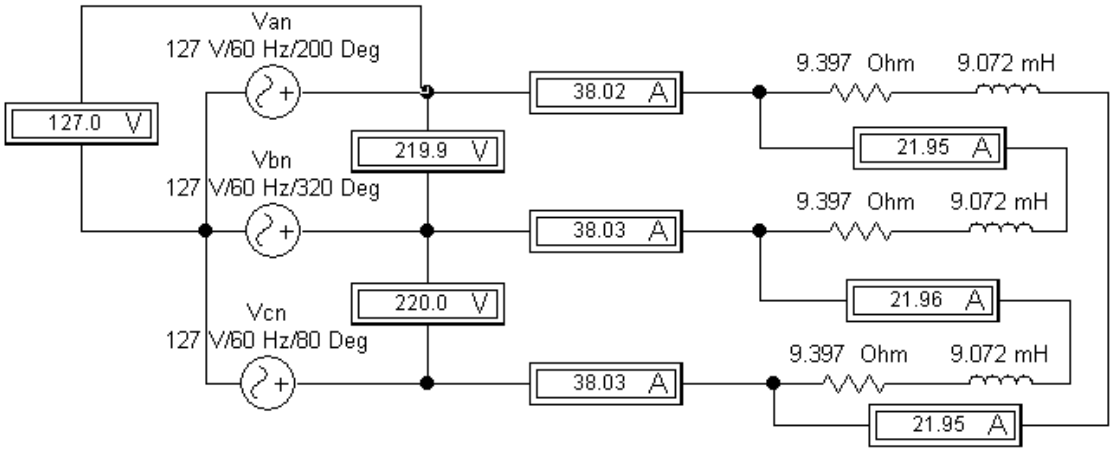
d) O fator de potência.
Para cargas equilibradas o fator de potência é o cosseno do ângulo da impedância.
FP=cos(20º)=0,94 indutivo, pois o ângulo é positivo.

e) A potência aparente trifásica.
St=√3(VL)x(IL)
St=√3(220)x(38,10)
St=14518,05/20º VA
St=(13642,50+j4965,4) VA

f) A potência ativa trifásica.
Pt=13642,50W
ou
Pt=√3(VL)x(IL)x(cosφ)
Pt=√3(220)x(38,10)x(cos20º)
Pt=13642,5W

g) Potência reativa trifásica.
Q=+j4965,47var
ou
Qt=√3(VL)x(IL)x(senφ)
Qt=√3(220)x(38,10)x(sen20º)
Q=+j4965,47var

No diagrama elétrico a seguir, com os instrumentos indicando as medidas, a fonte está ligada em estrela e a carga está ligada em triângulo.



Exercícios propostos

1) Uma carga trifásica equilibrada ligada em triângulo de impedância Z=20/-70ºΩ, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vbc=220/30º V, na seqüência positiva, pede-se:

a) As outras tensões de linha.
b) As correntes de fase.
c) As correntes de linha.
d) O fator de potência.
e) A potência aparente trifásica.
f) A potência ativa trifásica.
g) A potência reativa trifásica.

2) Uma carga trifásica equilibrada ligada em triângulo de impedância Z=38/-25ºΩ, por fase, é conectada a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vca=/60º V, na seqüência negativa, pede-se:

a) As outras tensões de linha.
b) As correntes de fase.
c) As correntes de linha.
d) O fator de potência.
e) A potência aparente trifásica.
f) A potência ativa trifásica.
g) A potência reativa trifásica.

11. ROTEIROS DE EXPERIÊNCIAS

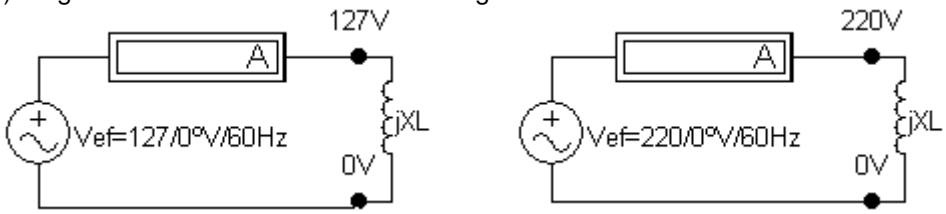
11.1 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” SÉRIE

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

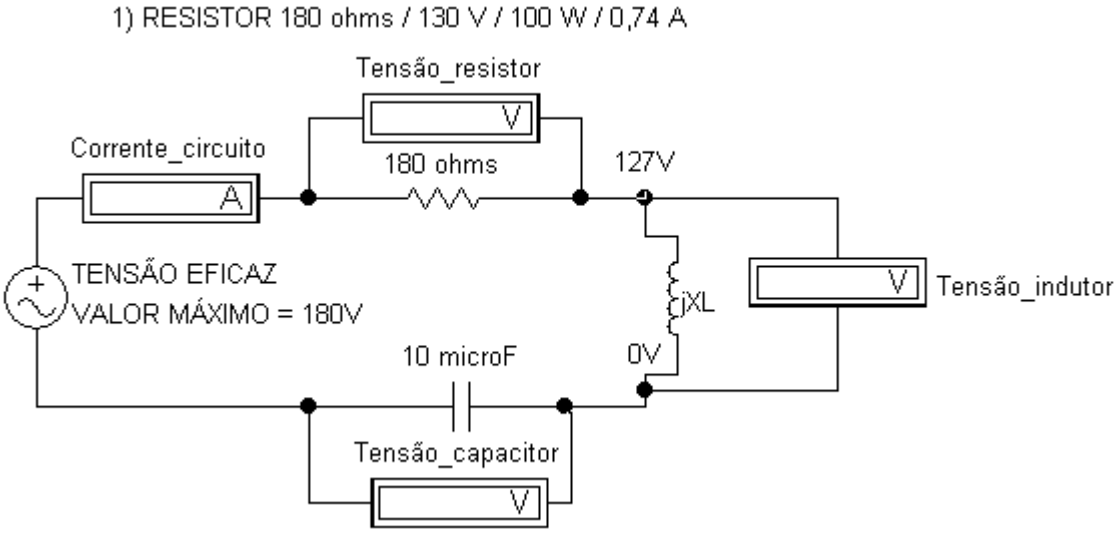
INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

a) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



1) Calcule a impedância do circuito na forma polar: _____
2) Calcule o fator de potência do circuito: _____

3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
4) Meça o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
5) Calcule o módulo e o ângulo da tensão no resistor: _____
6) Meça o módulo da tensão no resistor: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da tensão no indutor: _____
8) Meça o módulo da tensão no indutor: _____
9) Calcule o módulo e o ângulo da tensão no capacitor: _____
10) Meça o módulo da tensão no capacitor: _____
11) Calcule a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
12) Calcule a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
13) Calcule a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
14) Meça a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Meça a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Meça a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
17) Meça o fator de potência do circuito: _____

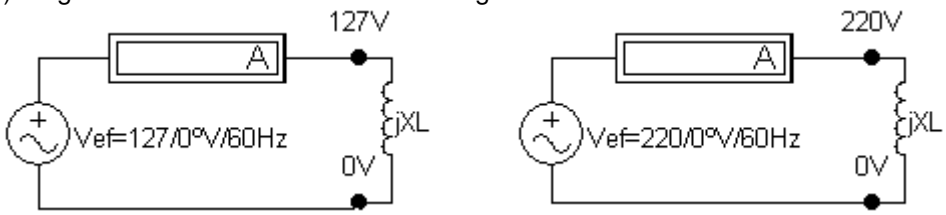
11.2 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS "RLC" PARALELO

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

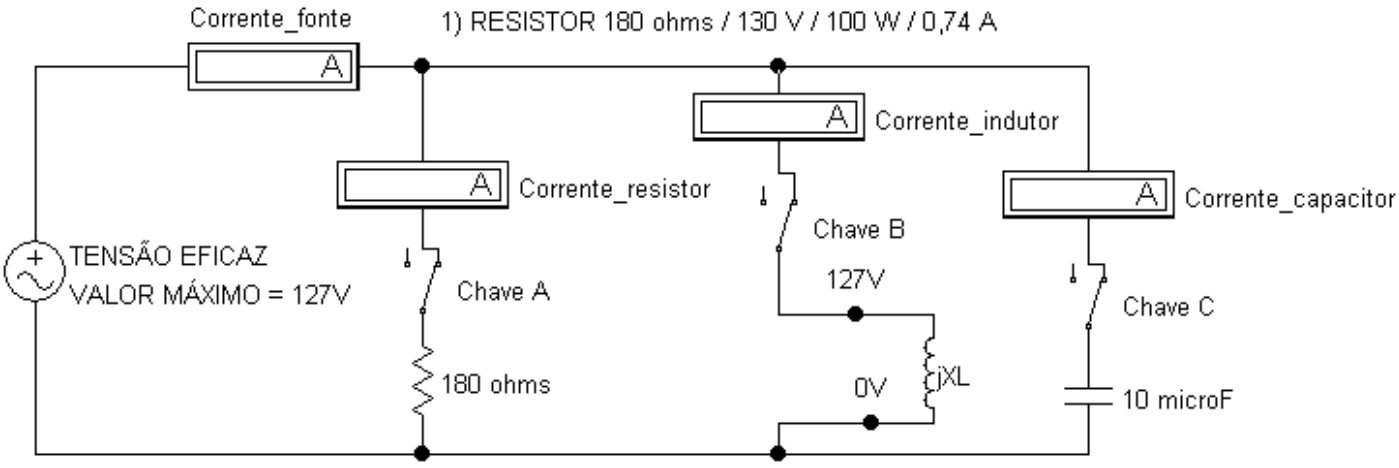
INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

a) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



COM AS CHAVES "A", "B" e "C" FECHADAS.

1) Calcule a impedância equivalente do circuito na forma polar: _____
2) Calcule o fator de potência do circuito: _____
3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
4) Meça o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
5) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no resistor: _____
6) Meça o módulo da corrente no resistor: _____

7) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no indutor: _____
8) Meça o módulo da corrente no indutor: _____
9) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no capacitor: _____
10) Meça o módulo da corrente no capacitor: _____
11) Calcule a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
12) Calcule a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
13) Calcule a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
14) Meça a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Meça a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Meça a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
17) Meça o fator de potência do circuito: _____

COM A CHAVE "A" FECHADA E AS CHAVES "B" e "C" ABERTAS.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____
2) Meça o módulo da corrente no resistor: _____

COM A CHAVE "A" e "B" FECHADAS E A CHAVE "C" ABERTA.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____
2) Meça o módulo da corrente no resistor: _____
3) Meça o módulo da corrente no indutor: _____

COM A CHAVE "B" e "C" FECHADAS E A CHAVE "A" ABERTA.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____
2) Meça o módulo da corrente no indutor: _____
3) Meça o módulo da corrente no capacitor: _____

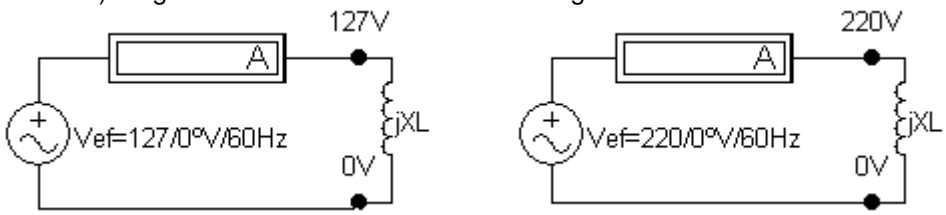
11.3 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” PARALELO

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

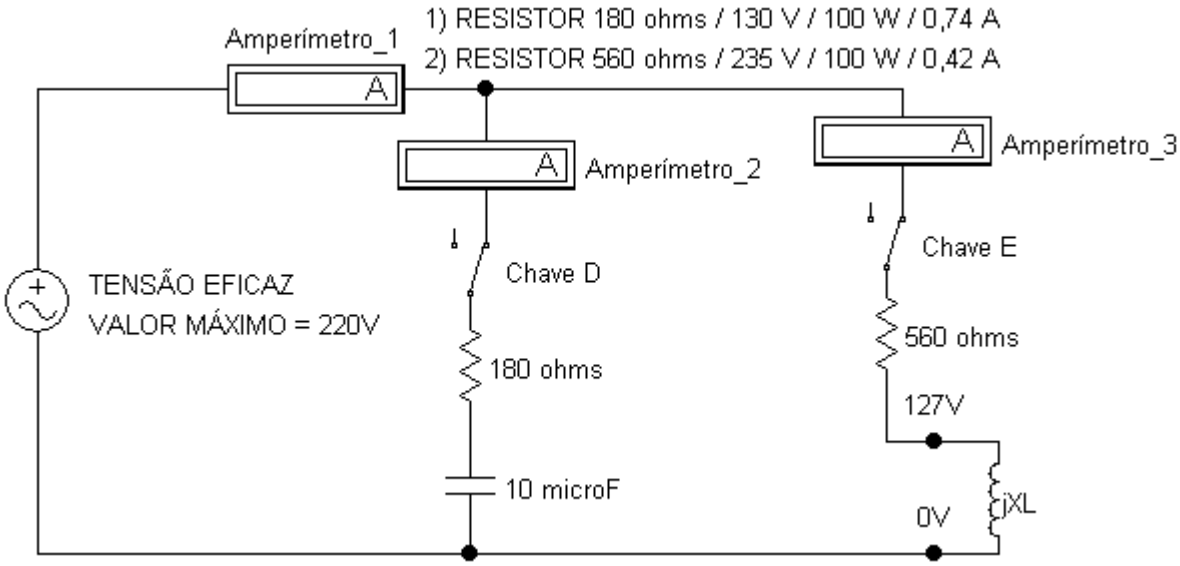
INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

a) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



COM AS CHAVES “D” e “E” FECHADAS.

1) Calcule a impedância equivalente do circuito na forma polar: _____
2) Calcule o fator de potência do circuito: _____
3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____

4) Meça o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
5) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_2: _____
6) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_2: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_3: _____
8) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_3: _____
9) Calcule a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
10) Calcule a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
11) Calcule a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
12) Meça a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
13) Meça a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
14) Meça a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Meça o fator de potência do circuito: _____

COM A CHAVE "D" FECHADA E A CHAVE "E" ABERTA.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____

COM A CHAVE "E" FECHADA E A CHAVE "D" ABERTA.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____

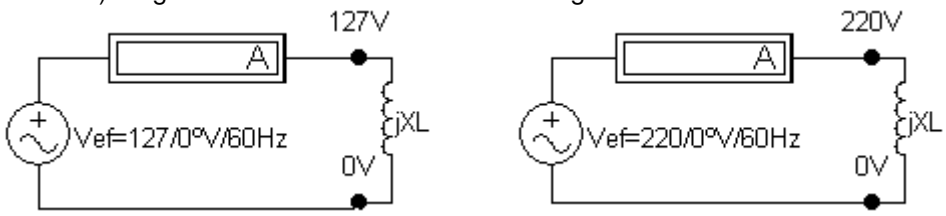
11.4 EXPERIÊNCIA - CIRCUITOS “RLC” MISTO

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

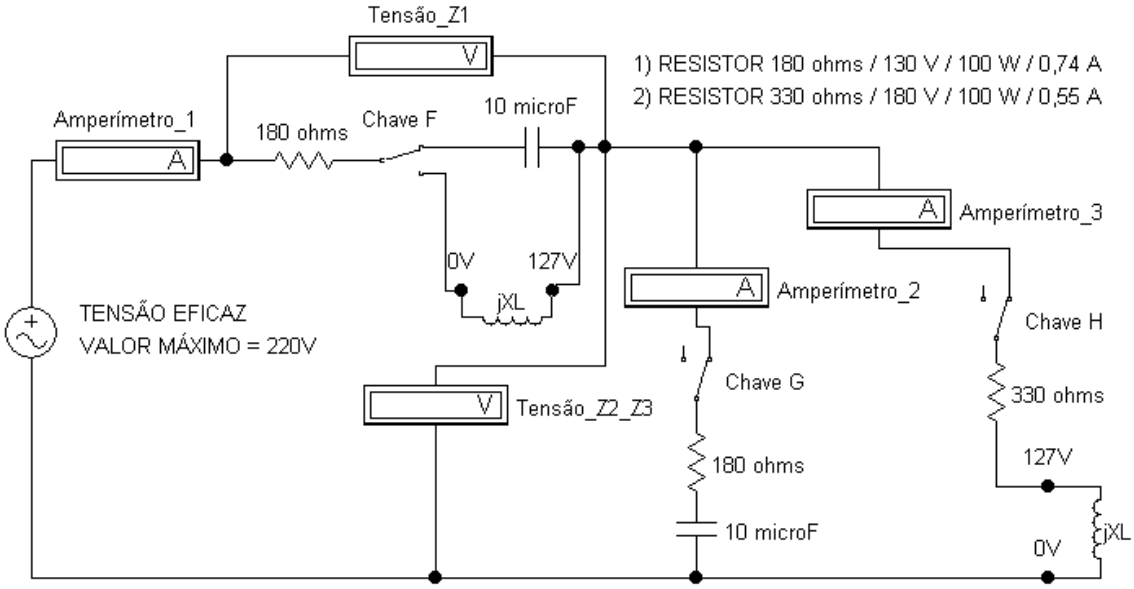
INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

a) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



COM A CHAVE “F” LIGADA NO CAPACITOR E AS CHAVES “G” e “H” FECHADAS.

1) Calcule a impedância equivalente do circuito na forma polar: _____
2) Calcule o fator de potência do circuito: _____

3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
4) Meça o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
5) Calcule o módulo e o ângulo da Tensão_Z2_Z3: _____
6) Meça o módulo da Tensão_Z2_Z3: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da Tensão_Z1: _____
8) Meça o módulo da Tensão_Z1: _____
9) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_2: _____
10) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_2: _____
11) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_3: _____
12) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_3: _____
13) Calcule a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
14) Calcule a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Calcule a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Meça a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
17) Meça a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
18) Meça a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
19) Meça o fator de potência do circuito: _____

COM A CHAVE "F" LIGADA NO INDUTOR E AS CHAVES "G" e "H" FECHADAS.

1) Calcule a impedância equivalente do circuito na forma polar: _____
2) Calcule o fator de potência do circuito: _____
3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
4) Meça o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito: _____
5) Calcule o módulo e o ângulo da Tensão_Z2_Z3: _____
6) Meça o módulo da Tensão_Z2_Z3: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da Tensão_Z1: _____
8) Meça o módulo da Tensão_Z1: _____
9) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_2: _____
10) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_2: _____
11) Calcule o módulo e o ângulo da corrente no Amperímetro_3: _____
12) Meça o módulo da corrente no Amperímetro_3: _____
13) Calcule a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
14) Calcule a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Calcule a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Meça a potência aparente que a fonte fornece ao circuito: _____
17) Meça a potência ativa que a fonte fornece ao circuito: _____
18) Meça a potência reativa que a fonte fornece ao circuito: _____
19) Meça o fator de potência do circuito: _____

COM A CHAVE "F" LIGADA NO CAPACITOR, A CHAVE "G" FECHADA E A CHAVE "H" ABERTA.

1) Meça o módulo da corrente na fonte: _____
2) Meça o módulo da Tensão_Z1: _____
3) Meça o módulo da Tensão_Z2_Z3: _____

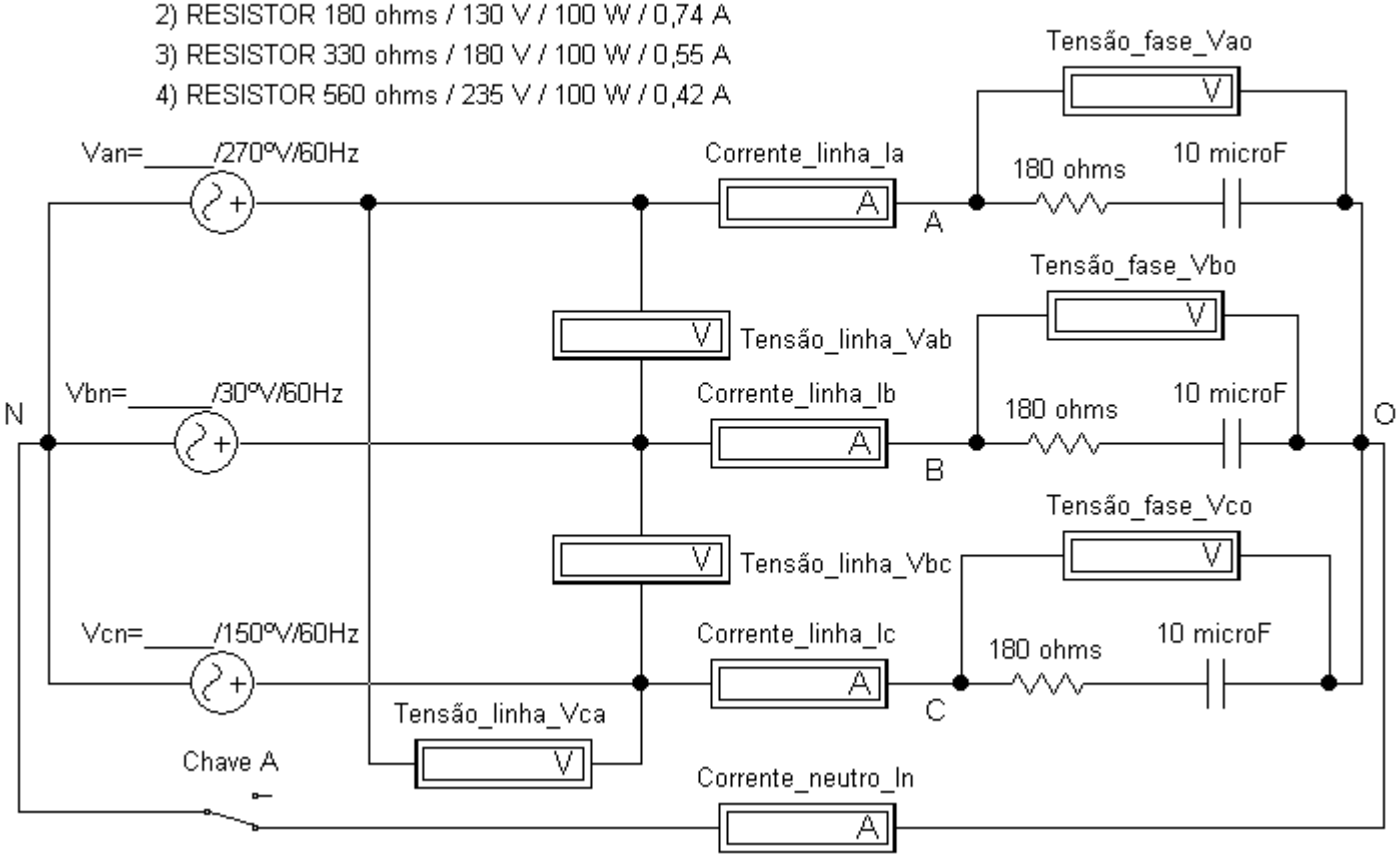
11.5 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO ESTRELA – CARGA EQUILIBRADA

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:

1) TENSÃO EFICAZ DE FASE VALOR MÁXIMO (Van; Vbn; Vcn) = 220 V
2) RESISTOR 180 ohms / 130 V / 100 W / 0,74 A
3) RESISTOR 330 ohms / 180 V / 100 W / 0,55 A
4) RESISTOR 560 ohms / 235 V / 100 W / 0,42 A



PARA SEQÜÊNCIA POSITIVA (+)
COM A CHAVE "A" FECHADA

1) Meça o módulo da tensão de linha Vab: _____
2) Meça o módulo da tensão de fase Vao: _____
3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ia: _____
4) Meça o módulo da corrente de linha Ia: _____
5) Meça o módulo da tensão de linha Vbc: _____

6) Meça o módulo da tensão de fase Vbo: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ib: _____
8) Meça o módulo da corrente de linha Ib: _____
9) Meça o módulo da tensão de linha Vca: _____
10) Meça o módulo da tensão de fase Vco: _____
11) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ic: _____
12) Meça o módulo da corrente de linha Ic: _____
13) Meça o módulo da corrente de neutro In: _____
14) Calcule a potência aparente trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Calcule a potência ativa trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Calcule a potência reativa trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____

COM A CHAVE "A" ABERTA

1) Meça o módulo da tensão de linha Vab: _____
2) Meça o módulo da tensão de fase Vao: _____
3) Meça o módulo da corrente de linha Ia: _____
4) Meça o módulo da tensão de linha Vbc: _____
5) Meça o módulo da tensão de fase Vbo: _____
6) Meça o módulo da corrente de linha Ib: _____
7) Meça o módulo da tensão de linha Vca: _____
8) Meça o módulo da tensão de fase Vco: _____
9) Meça o módulo da corrente de linha Ic: _____
10) Meça o módulo da corrente de neutro In: _____

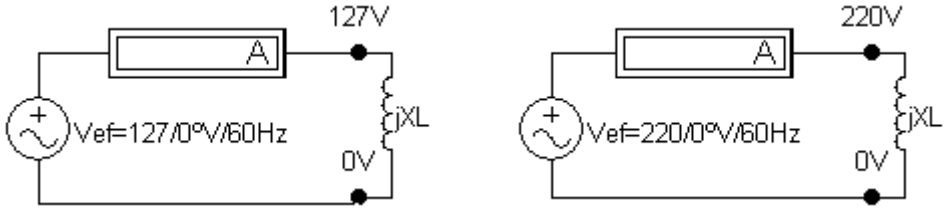
11.6 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO ESTRELA – CARGA DESEQUILIBRADA

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

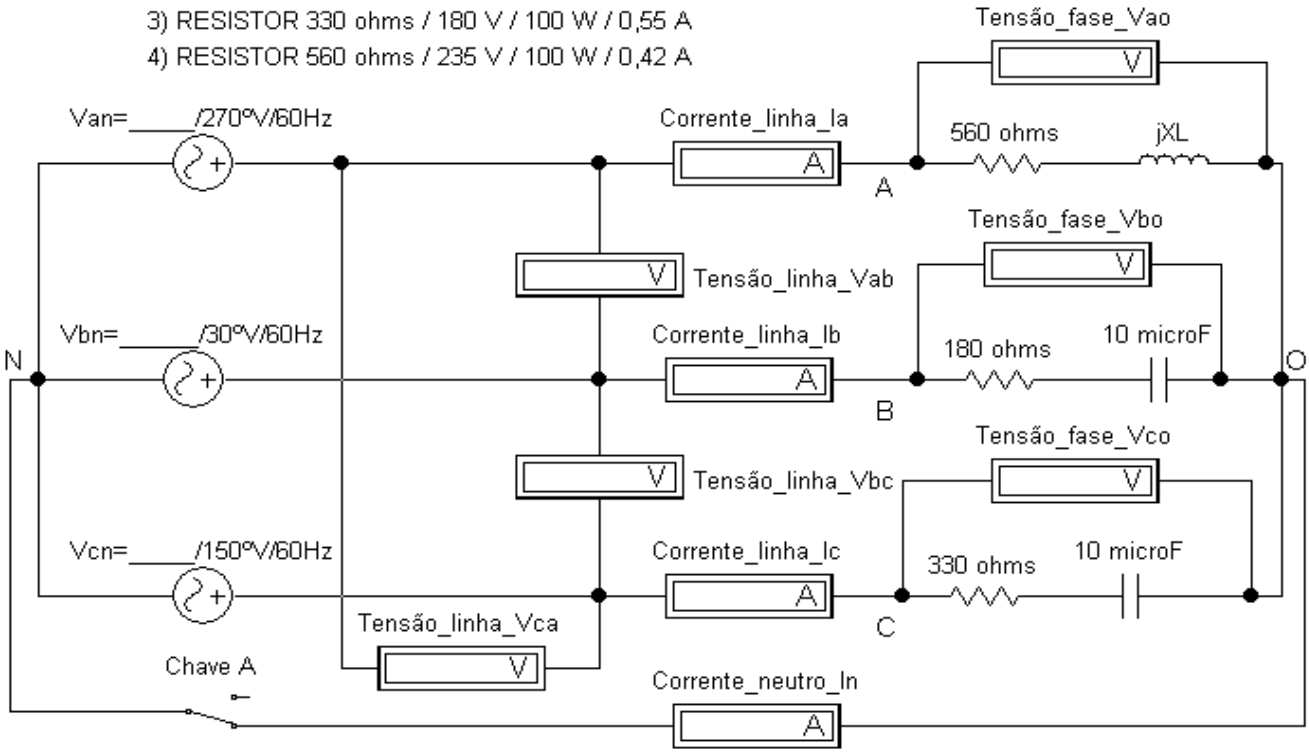
b) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:

1) TENSÃO EFICAZ DE FASE VALOR MÁXIMO (Van; Vbn; Vcn) = 170 V
2) RESISTOR 180 ohms / 130 V / 100 W / 0,74 A
3) RESISTOR 330 ohms / 180 V / 100 W / 0,55 A
4) RESISTOR 560 ohms / 235 V / 100 W / 0,42 A



PARA SEQÜÊNCIA POSITIVA (+)
COM A CHAVE "A" FECHADA

1) Meça o módulo da tensão de linha Vab: _____
2) Meça o módulo da tensão de fase Vao: _____
3) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ia: _____
4) Meça o módulo da corrente de linha Ia: _____
5) Meça o módulo da tensão de linha Vbc: _____
6) Meça o módulo da tensão de fase Vbo: _____
7) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ib: _____
8) Meça o módulo da corrente de linha Ib: _____
9) Meça o módulo da tensão de linha Vca: _____
10) Meça o módulo da tensão de fase Vco: _____
11) Calcule o módulo e o ângulo da corrente de linha Ic: _____
12) Meça o módulo da corrente de linha Ic: _____
13) Meça o módulo da corrente de neutro In: _____
14) Calcule a potência aparente trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____
15) Calcule a potência ativa trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____
16) Calcule a potência reativa trifásica que a fonte fornece ao circuito: _____

COM A CHAVE "A" ABERTA

1) Meça o módulo da tensão de linha Vab: _____
2) Meça o módulo da tensão de fase Vao: _____
3) Meça o módulo da corrente de linha Ia: _____
4) Meça o módulo da tensão de linha Vbc: _____
5) Meça o módulo da tensão de fase Vbo: _____
6) Meça o módulo da corrente de linha Ib: _____
7) Meça o módulo da tensão de linha Vca: _____
8) Meça o módulo da tensão de fase Vco: _____
9) Meça o módulo da corrente de linha Ic: _____
10) Meça o módulo da corrente de neutro In: _____

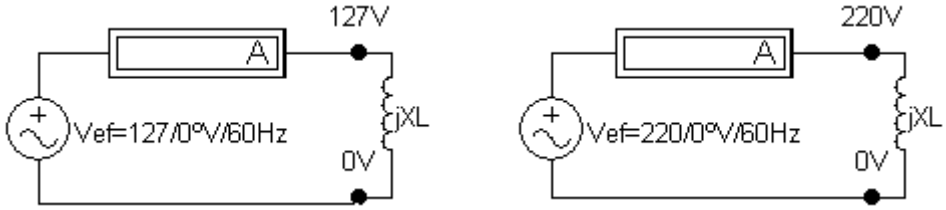
11.7 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO TRIÂNGULO – CARGA EQUILIBRADA

Data:_____/_____/_____ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

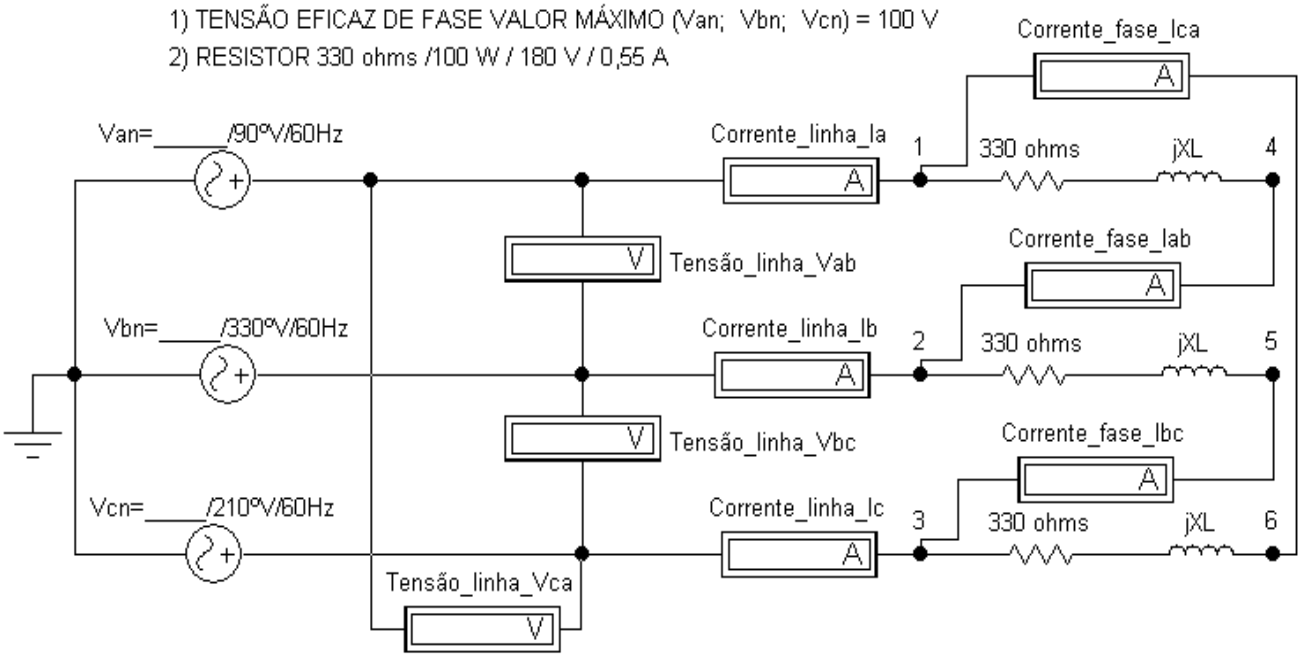
INDUTOR
CALCULAR A REATÂNCIA INDUTIVA (JXL)

c) Ligar o indutor conforme circuito a seguir:



b) Medir a corrente com a fonte de 127V:_____
c) Calcular a reatância indutiva para 127V / jXL=(Vef)÷(I):_____
d) Medir a corrente com a fonte de 220V:_____
e) Calcular a reatância indutiva para 220V / jXL=(Vef)÷(I):_____

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



PARA SEQÜÊNCIA POSITIVA (+)

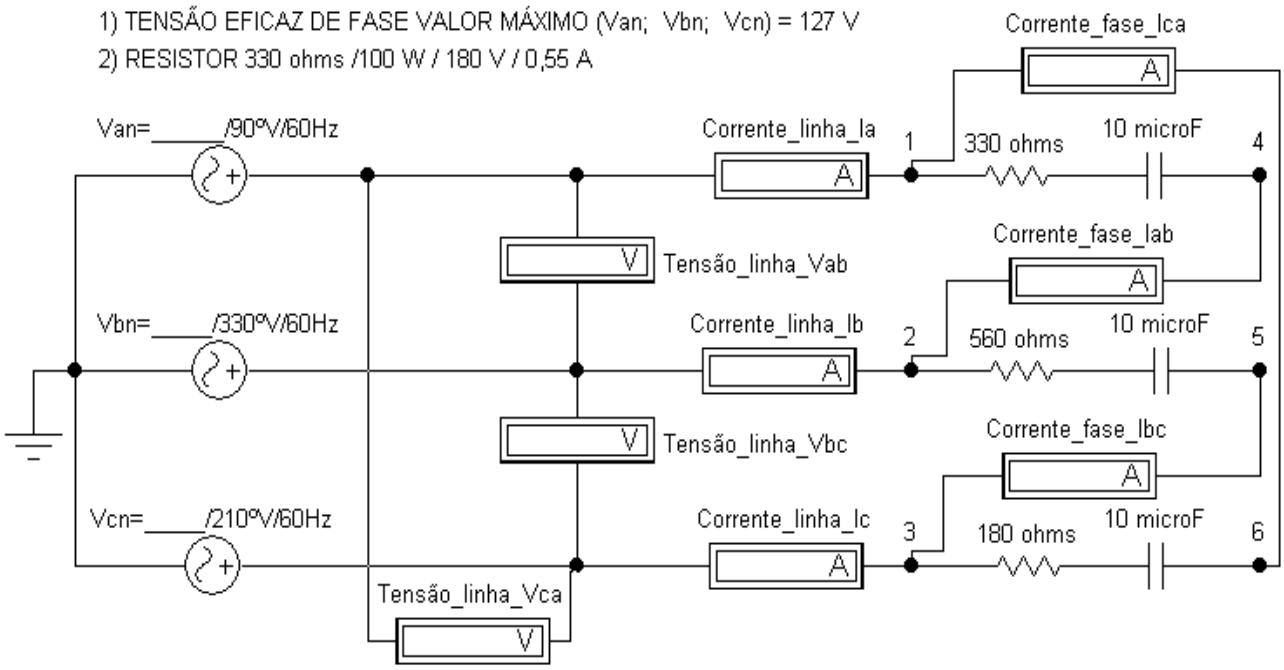
1) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vab: _____
2) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Iab: _____
3) Medir o módulo da corrente de fase Iab: _____
4) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vca: _____
5) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Ica: _____
6) Medir o módulo da corrente de fase Ica: _____
7) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vbc: _____
8) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Ibc: _____
9) Medir o módulo da corrente de fase Ibc: _____
10) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ia: _____
11) Medir o módulo da corrente de linha Ia: _____
12) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ic: _____
13) Medir o módulo da corrente de linha Ic: _____
14) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ib: _____
15) Medir o módulo da corrente de linha Ib: _____
16) Calcular a potência aparente trifásica do circuito: _____
17) Calcular a potência ativa trifásica do circuito: _____
18) Calcular a potência reativa trifásica do circuito: _____

11.8 EXPERIÊNCIA - CIRCUITO TRIFÁSICO – LIGAÇÃO TRIÂNGULO – CARGA DESEQUILIBRADA

Data:_____/_____/201___ Turma:_____

	Nome do aluno	Nº do aluno	Assinatura do aluno
1			
2			
3			
4			
5			

LIGAR O CIRCUITO CONFORME DIAGRAMA A SEGUIR:



PARA SEQÜÊNCIA POSITIVA (+)

1) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vab: _____
2) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Iab: _____
3) Medir o módulo da corrente de fase Iab: _____
4) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vca: _____
5) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Ica: _____
6) Medir o módulo da corrente de fase Ica: _____
7) Qual o valor do módulo e do ângulo da tensão Vbc: _____
8) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de fase Ibc: _____
9) Medir o módulo da corrente de fase Ibc: _____
10) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ia: _____
11) Medir o módulo da corrente de linha Ia: _____

12) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ic: _____
13) Medir o módulo da corrente de linha Ic: _____
14) Calcular o módulo e o ângulo da corrente de linha Ib: _____
15) Medir o módulo da corrente de linha Ib: _____
16) Calcular a potência aparente trifásica do circuito: _____
17) Calcular a potência ativa trifásica do circuito: _____
18) Calcular a potência reativa trifásica do circuito: _____

12 ANEXOS

12.1 FASORES E NÚMEROS COMPLEXOS

Os fasores e os números complexos são ferramentas utilizadas para a análise de circuitos em corrente alternada.

A magnitude e o ângulo de fase das tensões e correntes senoidais podem ser graficamente representadas por fasores.

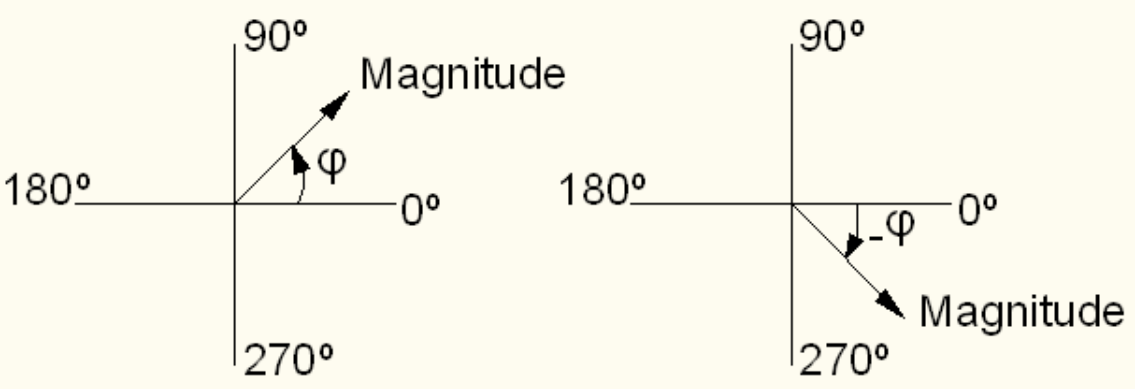
O sistema de números complexos é um meio de expressar os fasores e de operá-los matematicamente.

12.1.1 FASOR

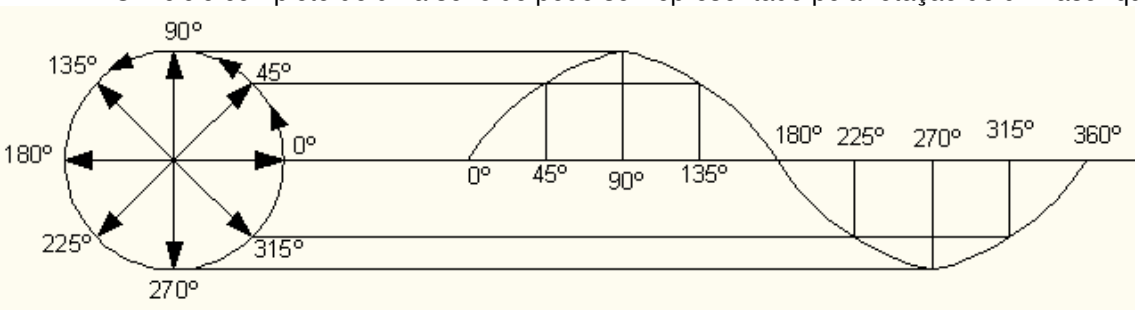
O fasor é uma representação gráfica de grandezas que variam com o tempo, como é o caso das ondas senoidais.

O fasor é semelhante a um vetor.

O comprimento de um fasor representa sua magnitude e o ângulo φ representa sua posição angular relativa ao eixo tomado como referência.



Um ciclo completo de uma senóide pode ser representado pela rotação de um fasor que gira 360º.



O período e a freqüência da onda senoidal estão relacionados à velocidade de rotação do fasor.

A velocidade de rotação do fasor é denominada de velocidade angular (ω). Quando um fasor gira a uma velocidade ω, então ωt representa o ângulo instantâneo do fasor que pode ser expresso como:

Valores dos ângulos (φ)=ωt

Estabelecendo-se o ângulo e a magnitude do fasor em uma posição fixa, em relação a uma referência, o mesmo ângulo e a mesma magnitude se repetem em todos os ciclos da onda senoidal.

Por exemplo: Se no primeiro ciclo de uma onda senoidal (de 0º até 360º), o valor da tensão a 45º é 0,707 do valor máximo, este valor se repetirá para os demais ciclos.

Estabelecendo-se o ângulo e a magnitude do fasor em uma posição fixa, em relação a uma referência, um diagrama fosorial pode ser usado para mostrar a posição relativa de duas ou mais ondas senoidais de mesma freqüência, pois os parâmetros das ondas senoidais se repetem em todos os ciclos.

Por exemplo: Se no primeiro ciclo de uma onda senoidal (de 0º até 360º), a onda da corrente está 30º adiantada da onda da tensão, isto se repetirá para os demais ciclos.

12.1.2 SISTEMA DE NÚMEROS COMPLEXOS

Os números complexos são uma extensão da álgebra dos números reais. Os números reais constituem um subconjunto dos números complexos.

Os números complexos são formados pelos números reais e pelos números imaginários.

{Conjunto dos Complexos} = {Reais} + {Imaginários}

Os números imaginários são diferenciados dos números reais pelo uso do operador j ou i.

Operador j ou i

Na matemática é usado o operador i e não o j, no entanto, em circuitos elétricos, o i pode ser confundido com o valor instantâneo da corrente, por isso se usa o j.

Para as raízes quadradas abaixo todas as igualdades são verdadeiras:

$\sqrt{4}=\sqrt{(+2^2)}=\sqrt{(+2)}x(+2)=\sqrt{(-2^2)}=\sqrt{(-2)}x(-2)=2$

$\sqrt{9}=\sqrt{(+3^2)}=\sqrt{(+3)}x(+3)=\sqrt{(-3^2)}=\sqrt{(-3)}x(-3)=3$

No entanto, na há como determinar raíz quadrada de números negativos.

Por exemplo: **$\sqrt{-4}$ não existe** e não pode ser escrita como: $\sqrt{(+2^2)}=\sqrt{(+2)}x(+2)=\sqrt{(-2^2)}=\sqrt{(-2)}x(-2)=2$, pois, os termos da multiplicação teriam de possuir sinais diferentes (um negativo e o outro positivo).

Da mesma forma a raiz de **$\sqrt{-9}$ não existe**.

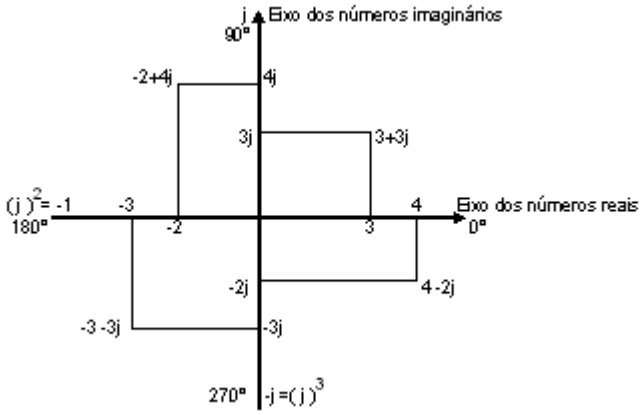
Para resolver matematicamente este problema criou-se o operador complexo definido como $j=\sqrt{-1}$, então:

$\sqrt{-4}=\sqrt{4(-1)}=2\sqrt{(-1)}=2j$

$\sqrt{-9}=\sqrt{9(-1)}=3\sqrt{(-1)}=3j$

12.1.3 PLANO COMPLEXO

Um número complexo pode ser representado por um ponto no plano complexo. No plano complexo o eixo horizontal é denominado de eixo real, e o eixo vertical, de eixo imaginário.



Um número real ao ser multiplicado pelo operador +j, rotaciona este número +90º no sentido anti-horário, deslocando-o para o eixo dos números imaginários.

De modo semelhante, multiplicando a grandeza real por –j, a grandeza gira –90º no sentido horário.

Assim, j é considerado um operador rotacional.

Por exemplo

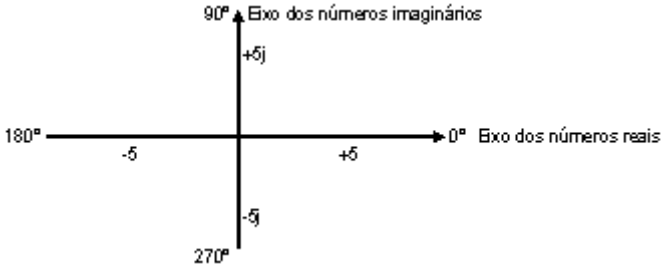
Multiplicar o número real (+5) quatro vezes seguidas pelo operador j.

a) Na primeira multiplicação o número real 5 desloca 90º indo para o eixo dos números imaginários (5)x(j) = 5j.

b) Na segunda multiplicação o número 5 desloca mais 90º, no total de 180º, indo para o lado negativo no eixo dos números reais ficando: –5.

c) Na terceira multiplicação o número 5 desloca mais 90º, no total de 270º, indo para o lado negativo do eixo dos números imaginários ficando: –5j.

d) Na quarta multiplicação o número 5 desloca mais 90º, no total de 360º, voltando a origem ficando: +5.



A representação de um número complexo é dada pela soma algébrica da componente real, ± a, e da componente imaginária, ± jb.

y = ±a ± jb

Se a parte real de um número complexo é zero, o número complexo torna-se puramente imaginário: y = ± jb.

Se a parte imaginária do número complexo é nula, o número torna-se puramente real: y = ±a.

12.1.4 FORMA RETANGULAR E POLAR

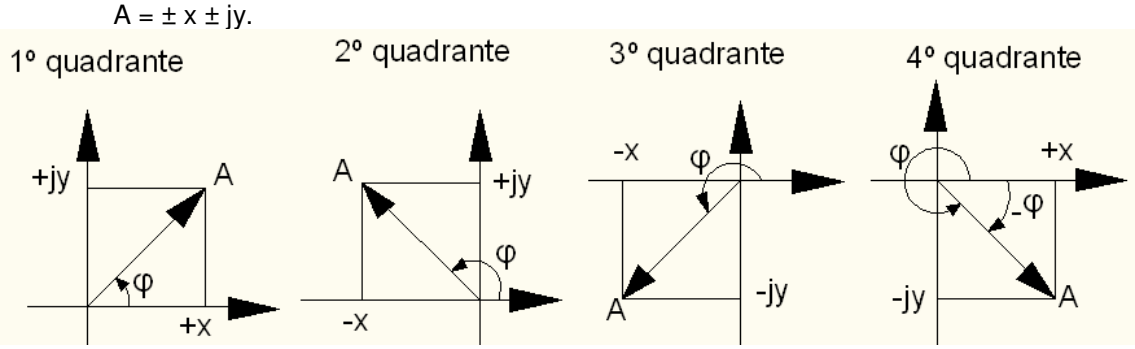
A forma polar e retangular são duas formas de representação de números complexos.

Cada uma apresenta vantagens quando usadas na análise de circuitos, dependendo da aplicação.

12.1.5 FORMA RETANGULAR

Um fasor, em qualquer quadrante de um plano complexo, pode ser completamente especificado numa forma de notação cartesiana ou retangular como:

A = ± x ± jy.



O fasor é uma grandeza complexa. Qualquer que seja o quadrante em que esteja situado o fasor A, seu módulo e ângulo é dado por:

$|A| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\varphi = \text{arc.tg}\ [(y) \div (x)]$

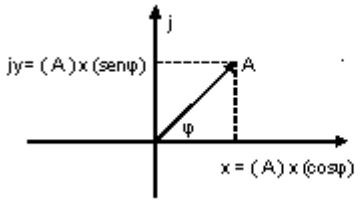
12.1.6 FORMA POLAR

O fasor A quando representado na forma polar consiste da magnitude |A| e da posição angular relativa ao eixo real, expresso como:

$|A| \underline{/\pm\varphi}$

12.1.7 CONVERSÃO DE RETANGULAR PARA POLAR E DE POLAR PARA RETANGULAR.

Um fasor na forma retangular pode ser convertido para a forma polar e vice-versa.



$|A| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\text{sen}\varphi = [(y) \div (A)]$

$\cos\varphi = [(x) \div (A)]$

$\text{tg}\varphi = [(y) \div (x)]$

Na conversão RETANGULAR → POLAR tem-se:

$|A| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\varphi = \text{arc.tg}\ [(y) \div (x)]$

Forma polar: |A| $\underline{/\pm\varphi}$

A conversão POLAR → RETANGULAR tem-se:

$|A| \underline{/\pm\varphi} = |A|.(\cos\varphi \pm j\text{sen}\varphi)$

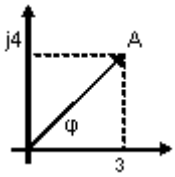
Forma retangular: A = Ax ± jAy

Onde: Ax = projeção de A no eixo dos números reais (x); jAy = projeção de A no eixo dos números imaginários (y).

Exercícios

1) Para a expressão A = 3 + j4, pede-se:

b) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma polar.

$A = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$

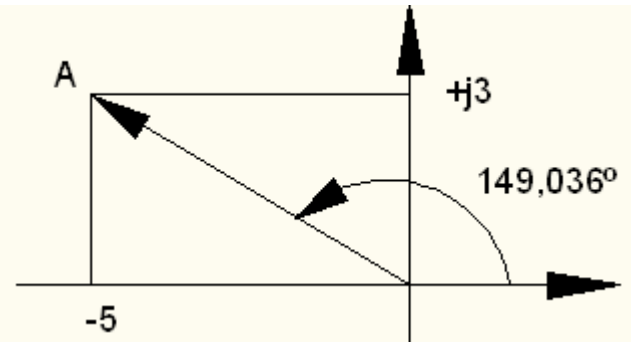
$\text{tg}\varphi = (4) \div (3) = 1{,}333$

φ = arc.tg 1,333 = 53,13º

A = 5 /+53,13º

2) Para a expressão A = –5 + j3, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma polar.

A = √ $(-5)^2 + (3)^2$ = 5,831

tgα = (3) ÷ (5) = 0,6

α = arc.tg (0,6) = 30,964º

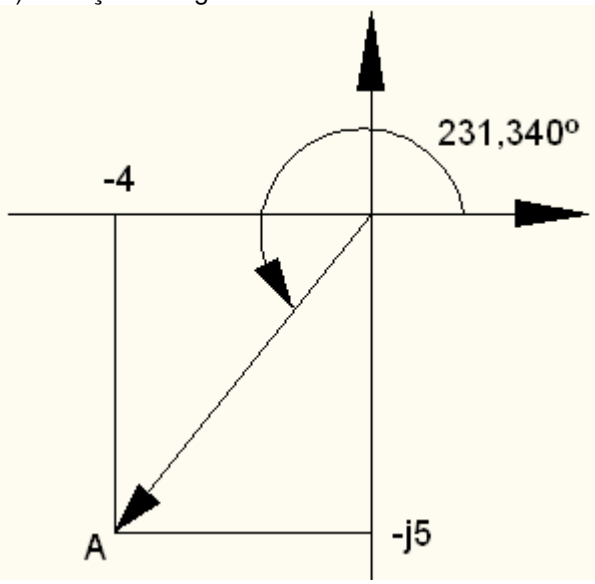
φ = 180º - 30,964º = 149,036º

A = 5,831 /180º –30,964º

A = 5,831 /+149,036º

3) Para a expressão A = –4 – j5, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma polar.

$A = \sqrt{(-4)^2 + (-5)^2} = 6{,}403$

$tg\alpha = (5) \div (4) = 1{,}25$

$\alpha = arc.tg\ 1{,}25 = 51{,}340º$

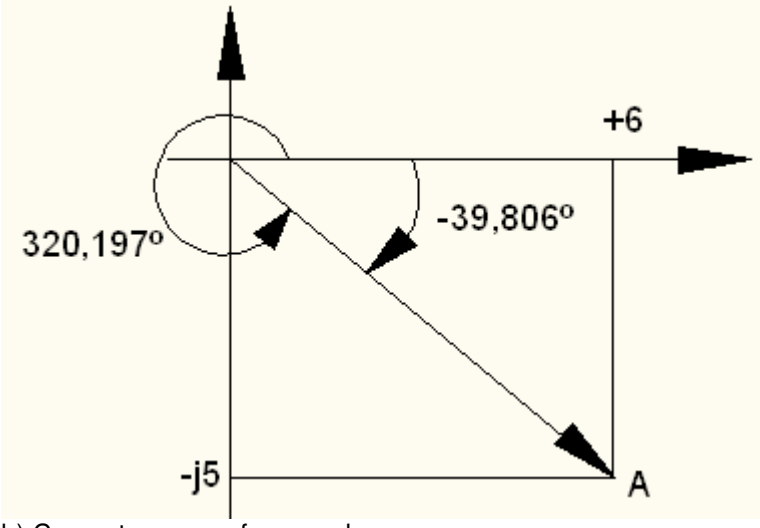
$\varphi = 180º + 51{,}340º = 231{,}340º$

$A = 6{,}403\ \underline{/180º + 51{,}340º}$

$A = 6{,}403\ \underline{/+231{,}340º}$

4) Para a expressão A = 6 – j5, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma polar.

$A = \sqrt{(6)^2 + (-5)^2} = 7{,}810$

$tg\varphi = (-5) \div (6) = -0{,}833$

$\varphi = arc.tg\ (-0{,}833) = -39{,}806º$

$A = 7{,}810\underline{/-39{,}806º}$

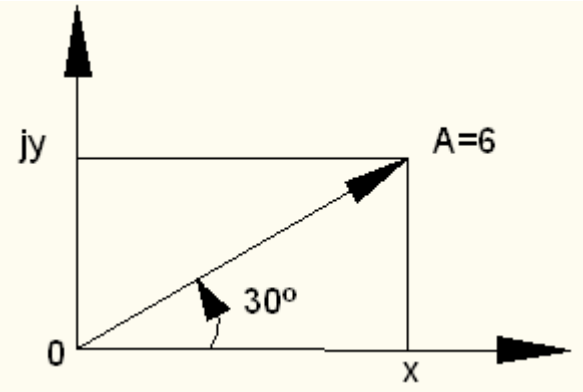
Ou

$A = 7{,}810\underline{/360º - 39{,}806º}$

$A = 7{,}810\underline{/320{,}197º}$

5) Para a expressão A = 6 /+30º, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma retangular.

senφ =(jy)÷(A)

jy = (A)x(senφ)

jy = (6)x(sen30º) = j3

cosφ =(x)÷(A)

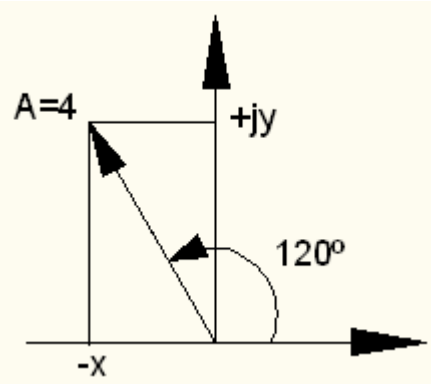
x = (A)x(cosφ)

x = (6)x(cos30º) = 5,196

A = 5,196 + j3

6) Para a expressão A = 4 /+120º, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma retangular.

senφ =(jy)÷(A)

jy = (A)x(senφ)

jy = (4)x(sen120º) = j3,464

cosφ =(x)÷(A)

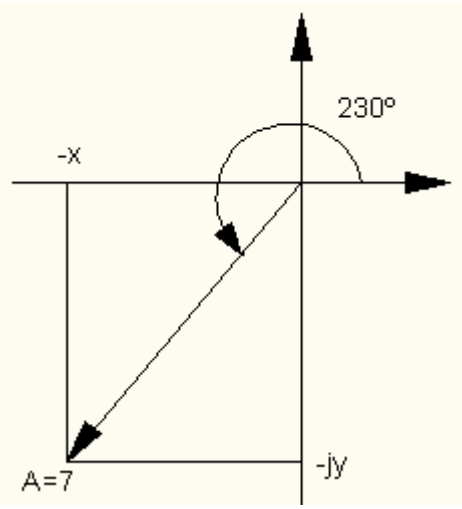
x = (A)x(cosφ)

x = (4)x(cos120º) = –2

A = –2 + j3,464

7) Para a expressão A = 7 /+ 230º, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma retangular.

senφ =(jy)÷(A)

jy = (A)x(senφ)

jy = (7)x(sen230º) = –j5,362

cosφ =(x)÷(A)

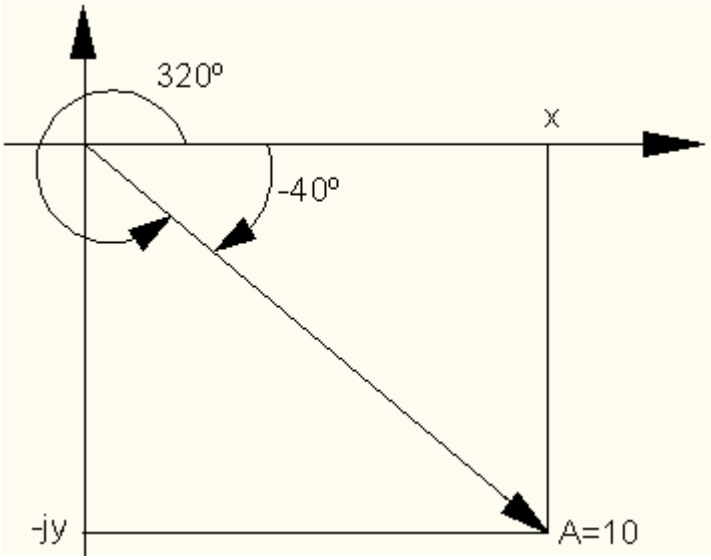
x = (A)x(cosφ)

x = (7)x(cos230º) = –4,500

A = –4,500 –j5,362

8) Para a expressão A = 10 /+ 320º, pede-se:

a) Esboçar o diagrama fasorial.



b) Converter para a forma retangular.

senφ =(jy)÷(A)

jy = (A)x(senφ)

jy = (10)x(sen320º) = –j6,428

cosφ =(x)÷(A)

x = (A)x(cosφ)

x = (10)x(cos320º) = 7,660

A = 7,660 –j6,428

12.1.8 SOMA E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Para somar ou subtrair números complexos somam-se ou subtraem-se separadamente as partes reais e as partes imaginárias. O modo prático de somar e subtrair números complexos é que ambos estejam na forma retangular.

Exercícios

1) Sendo A = 4 + j7 e B = –6 + j3, pede-se:

a) A + B = (4 + j7) + (–6 + j3)
A + B = 4 + j7 –6 + j3
A + B = –2 + j10

b) A – B = (4 + j7) – (–6 + j3)
A – B = 4 + j7 + 6 – j3
A – B = 10 + j4

2) Sendo A = 10 + j8 e B =6 $\underline{/-30º}$, pede-se:

a) A + B

B = 6 $\underline{/-30º}$ = 6[cos(–30º) + jsen(–30º)]
B = 6[0,866 –j0,5]
B = 5,196 –j3

A + B = 10 + j8 + 5,196 –j3
A + B = 15,196+j5

3) Sendo A = 15$\underline{/+40º}$ e B =18 $\underline{/130º}$, pede-se:

a) A – B

A = 15 $\underline{/+40º}$ = 15[cos(40º) + jsen(40º)]
A = 15[0,766 + j0,643]
A = 11,49 + j9,642

B = 18 $\underline{/130º}$ = 18[cos(130º) + jsen(130º)]
B = 18[–0,643+j0,766]
B = –11,570 + j13,789

A – B = (11,49 + j9,642) – (–11,570 + j13,789)
A – B = 11,49 + j9,642 + 11,570 – j13,789
A – B = 23,06 – j4,147

12.1.9 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Para multiplicar números complexos faz-se o produto dos módulos e adicionam-se os ângulos. O modo prático de multiplicar números complexos é que ambos estejam na forma polar.

Exercícios

1) Sendo A = 12$\underline{/-40º}$ e B =15 $\underline{/70º}$, pede-se:

a) A x B

A x B = (12$\underline{/-40º}$) x (15 $\underline{/70º}$)
A x B = 12 x 15 $\underline{/-40º + 70º}$
A x B = 180 $\underline{/+30º}$

2) Sendo A = 5 + j13 e B =16 $\underline{/210º}$, pede-se:

a) A x B

A = $\sqrt{(5)^2+(13)^2}$ = 13,928
tg φ = (13) ÷ (5) = 2,6

φ = arc. tg 2,6 = 68,97º
A = 13,928 /68,97º

A x B = (1313,928 /68,97º)x(16 /210º)
A x B = 13,928 x 16 /68,97º + 210º
A x B = 222,848 /278,97º

3) Sendo A = 23 + j16 e B = 34 + j56, pede-se:

a) A x B

$A = \sqrt{(23)^2+(16)^2} = 28{,}018$
tg φ = (16) ÷ (23) = 0,696
φ = arc. tg 0,696 = 34,824º
A = 28,018 /34,824º

$B = \sqrt{(34)^2+(56)^2} = 65{,}513$
tg φ = (56) ÷ (34) = 1,647
φ = arc. tg 1,647 = 58,736º
B = 65,513 /58,736º

A x B = (28,018 /34,824º)x(65,513 /58,736º)
A x B = 28,018 x 65,513 /34,824º + 58,736º
A x B = 1835,543 /93,560º

12.1.10 DIVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Para dividir números complexos dividem-se os módulos e subtraem-se os ângulos. O modo prático de dividir números complexos é que ambos estejam na forma polar.

Exercícios

1) Sendo A = 24/–80º e B =8/–100º, pede-se:

a) (A) ÷ (B)

A ÷ B = (24/–80º) ÷ (8/–100º)
A ÷ B = (24) ÷ (8) /–80º –(–100º)
A ÷ B = 3 /–80º + 100º
A ÷ B = 3 /+20

2) Sendo A = 3 + j4 e B =2 /80º, pede-se:

a) A ÷ B

$A = \sqrt{(3)^2+(4)^2} = 5$
tg φ = (4) ÷ (3) = 1,333
φ = arc. tg 1,333 = 53,130º
A = 5 /53,130º

A ÷ B = (5 /53,130º) ÷ (2 /80º)
A ÷ B = (5) ÷ (2) /53,130º – 80º
A ÷ B = 2,5 /–26,870º

3) Sendo A = 3 –j6 e B = 7 + j10, pede-se:

b) A ÷ B

$A = \sqrt{(3)^2+(6)^2} = 6{,}708$
$tg\ \varphi = (-6) \div (3) = -2$
$\varphi = arc.\ tg\ (-2) = -63{,}435º$
$A = 6{,}708\ \underline{/-63{,}435º}$

$B = \sqrt{(7)^2+(10)^2} = 12{,}207$
$tg\ \varphi = (10) \div (7) = 1{,}429$
$\varphi = arc.\ tg\ 1{,}429 = 55{,}008º$
$B = 12{,}207\ \underline{/55{,}008º}$

$A \div B = (6{,}708\ \underline{/-63{,}435º}) \div (12{,}207\ \underline{/55{,}008º})$
$A \div B = 6{,}708 \div 12{,}207\ \underline{/(-63{,}435º)-(55{,}008º)}$
$A \div B = 0{,}550\ \underline{/-118{,}443º}$

Exercícios propostos

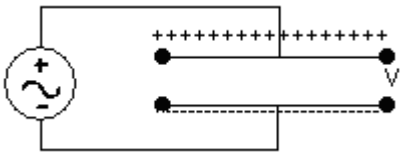
1) Sendo A = 32 + j53 e B = 27 – j36, pede-se:
   a) A + B
   b) A x B
   c) A ÷ B

2) Sendo A = 17/20º e B = 23 /220º, pede-se:
   a) A + B
   b) A x B
   c) A ÷ B

12.2 REATÂNCIA CAPACITIVA (X_C) – DEMONSTRAÇÃO DA FORMULA

A diferença de potencial (tensão) produzida entre as placas do capacitor, ligado a corrente alternada, limita a corrente no circuito, pois, esta diferença de potencial tem sentido oposto a força eletromotriz (tensão) da fonte que fornece corrente ao capacitor.

No circuito a seguir a placa com cargas positivas está conectada ao pólo positivo da fonte e a placa com cargas negativas está conectada ao pólo negativo da fonte. Quando a fonte inverte o sentido da corrente, também inverte os pólos, em conseqüência inverte o sentido da diferença de potencial nas placas.



A corrente no capacitor é dada por:

$I = (C)x(\Delta V)\div(\Delta t)$, então:

A diferença de potencial entre as placas do capacitor é:

$\Delta V = [(I)x(\Delta t)]\div(C)$

Pela formula verifica-se que, quanto maior a corrente, maior será a diferença de potencial entre as placas do capacitor a se opor a força eletromotriz da fonte.

Para a onda senoidal:
$V = (V_{máximo})X[sen(\omega t)]$

Onde: V = tensão, em volts (V); $V_{máximo}$ = é o máximo valor que a tensão pode assumir na senóide, em volts (V); ω = freqüência angular, em radianos/segundo (rad/s); t=tempo para completar um ciclo completo (360º), em segundos (s).

A frequência angular é:
$\omega = (2\pi)x(f)$
Onde: ω=freqüência angular, em radianos/segundos (rad/s); f=freqüência, em hertz (Hz)

A corrente no capacitor é dada por:
$I = (C) \times [(\Delta V)\div(\Delta t)]$

O termo:
$(\Delta V)\div(\Delta t) = (dV)\div(dt)$

Na senóide:
$(dV)\div(dt) = (V_{máximo})X[sen(\omega t)]$, derivando esta expressão, tem-se:

$V = (V_{máximo})X[(\omega)cos(\omega t)]$

Substituindo V em: $I = (C) \times [(\Delta V)\div(\Delta t)]$, tem-se:
$I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo})X[(\omega)cos(\omega t)]$

O período (T) da onda é o tempo necessário para que ela complete um ciclo inteiro (360º).
T=t=1/f

Substituindo T=t=1/f, em: $I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo})X[(\omega)cos(\omega t)]$, tem-se:

$I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo}) X[(\omega)\cos(\omega(1/f))]$

Substituindo $\omega = (2\pi)x(f)$, em: $I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo})x[(\omega)\cos(\omega(1/f))]$, tem-se:
$I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo})x[(\omega)\cos((2\pi)x(f)x(1/f))]$

$I_{máximo} = (C) \times (V_{máximo})x[(\omega)\cos(2\pi)]$, como: $\cos(2\pi) = -1$, então:

$I_{máximo} = -(C) \times (V_{máximo}) \times (\omega)$

$(I_{máximo})\div(V_{máximo}) = -(C) \times (\omega)$

$(V_{máximo})\div(I_{máximo}) = -1/[(C) \times (\omega)]$

Onde: $-(V_{máximo})\div(I_{máximo}) = Xc$

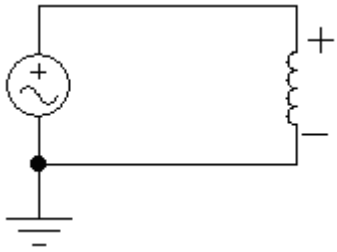
Xc = reatância capacitiva, em ohms (Ω)

$Xc = -\{1/[(C) \times (\omega)]\}$

12.3 REATÂNCIA INDUTIVA (X_L) – DEMONSTRAÇÃO DA FORMULA

A força eletromotriz autoinduzida (tensão) produzida no indutor (bobina), ligado a corrente alternada, limita a corrente no circuito, pois, a força eletromotriz auto induzida tem sentido oposto a força eletromotriz (tensão) da fonte que fornece corrente ao indutor.

No circuito a seguir o pólo positivo da fonte está conectado ao positivo do indutor (bobina) e o pólo negativo da fonte está conectado ao negativo do indutor. Quando a fonte inverte o sentido da corrente, também inverte os pólos, em conseqüência inverte o sentido da força eletromotriz auto induzida no indutor.



Pela lei de Faraday-Lenz, a força eletromotriz em um indutor é dada pela expressão:

$V = -(L) \times (\Delta I) \div (\Delta t)$

Pela formula verifica-se que, quanto maior a corrente, maior a força eletromotriz auto induzida no indutor (bobina) a se opor a força eletromotriz da fonte.

Para a onda senoidal:
$I = (I_{máximo}) x [sen(\omega t)]$

Onde: I = corrente, em ampères (A); $I_{máximo}$ = é o máximo valor que a corrente pode assumir na senóide, em ampères (A); ω = freqüência angular, em radianos/segundo (rad/s); t=tempo para completar um ciclo completo (360º), em segundos (s).

A freqüência angular é:
$\omega = (2\pi) x (f)$
Onde: ω = freqüência angular, em radianos/segundos (rad/s); f = freqüência, em hertz (Hz)

Para a formula:
$V = -(L) \times (\Delta I) \div (\Delta t)$

O termo:
$(\Delta I) \div (\Delta t) = (dI) \div (dt)$

Na senóide:
$(dI) \div (dt) = (I_{máximo}) X [sen(\omega t)]$, derivando esta expressão, tem-se:

$I = (I_{máximo}) X [(\omega) cos(\omega t)]$

Substituindo I em: $V = -(L) \times [(\Delta I) \div (\Delta t)]$, tem-se:
$V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo}) X [(\omega) cos(\omega t)]$

O período (T) da onda é o tempo necessário para que ela complete um ciclo inteiro (360º).
$T = t = 1/f$

Substituindo T=t=1/f, em: $V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo})X[(\omega)\cos(\omega t)]$, tem-se:

$V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo})X[(\omega)\cos(\omega(1/f))]$

Substituindo $\omega = (2\pi)x(f)$, em: $V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo})x[(\omega)\cos(\omega(1/f))]$, tem-se:

$V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo})x[(\omega)\cos((2\pi)x(f)x(1/f))]$

$V_{máximo} = -(L) \times (I_{máximo})x[(\omega)\cos(2\pi)]$, como: $\cos(2\pi) = -1$, então:

$V_{máximo} = (L) \times (I_{máximo}) \times (\omega)$

$(V_{máximo})\div(I_{máximo}) = (L) \times (\omega)$

Onde: $(V_{máximo})\div(I_{máximo}) = XL$

XL = reatância indutiva, em ohms (Ω)

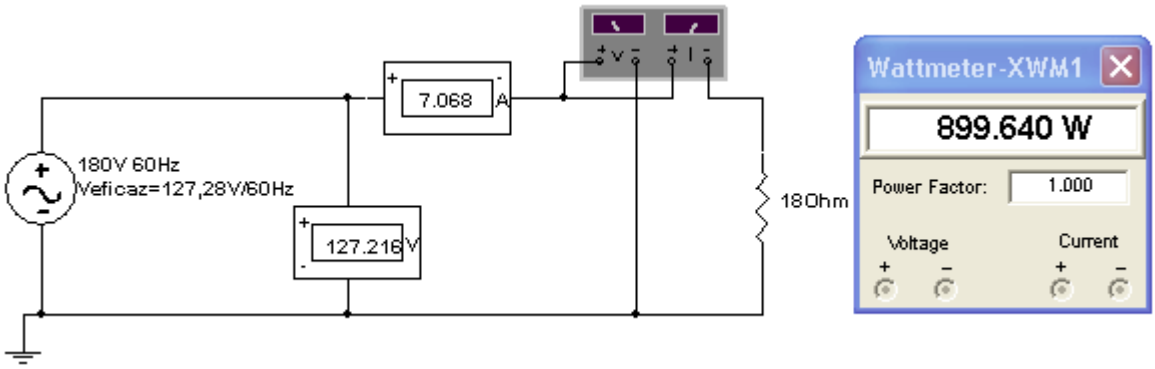
$\mathbf{X_L = (L)x(\omega)}$

12.4 POTÊNCIA MÉDIA EM CORRENTE ALTERNADA – CARGAS RESISTIVAS

Nos circuitos compostos somente por cargas resistivas, a onda senoidal da tensão está em fase com a onda senoidal da corrente, isto faz com que, toda a potência seja transformada em trabalho. Neste caso a potência média é também chamada de potência ativa.

Exercício

No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$ = 180 V e V_{eficaz}=127,28V), no amperímetro a corrente é 7,068 A , no wattímetro a potência média (ativa) é 899,640 W e fator de potência é 1.



a) A corrente máxima no circuito ($I_{máximo}$) é:
$I_{máximo}$ = ($V_{máximo}$)÷(R), sendo:
$I_{máximo}$ = (180)÷(18) = 10 A

b) A corrente eficaz no circuito (I_{eficaz}) é:
$I_{máximo}$ = ($V_{máximo}$)÷(R), sendo:
I_{eficaz} = (V_{eficaz}/√2)÷(R), então:
I_{eficaz} = (180/√2)÷(18) = 7,071 A

c) A potência média (ativa) em cargas resistivas é:
P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})

Sendo: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz na carga, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz na carga, em ampères (A).

P = (180/√2)x(7,071) = 900 W

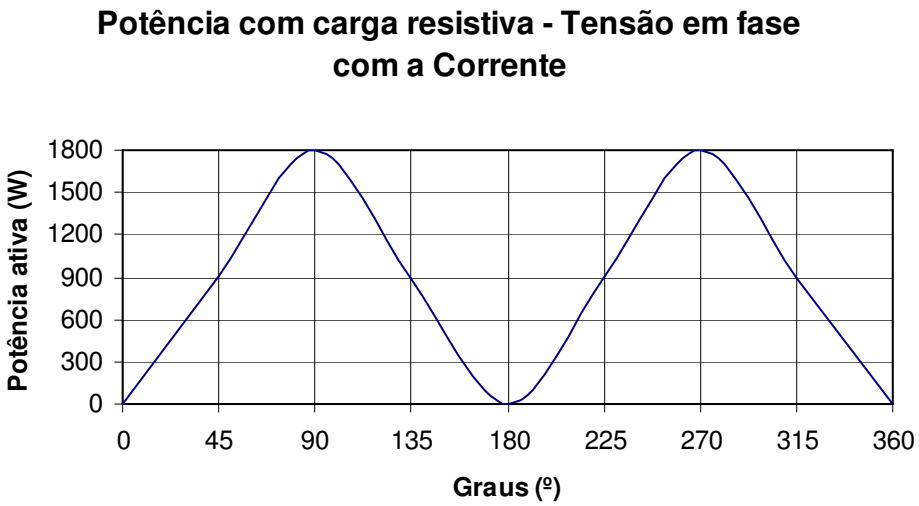
A tabela a seguir apresenta valores da tensão instantânea, da corrente instantânea e da potência, em intervalos de 45º, até completar um período (360º).

As ondas senoidas da tensão e da corrente iniciam juntas, a zero grau (0º), não há defasagem entre elas, em conseqüência:

a) Quando a tensão possui sinal positivo a corrente, também possui sinal positivo.
b) Quando a tensão possui sinal negativo a corrente, também possui sinal negativo.

CORRENTE E A TENSÃO ESTÃO EM FASE - CARGA RESISTIVA – ângulo da corrente é igual o ângulo da tensão.											
Nº	SENÓIDE DA TENSÃO					SENÓIDE DA CORRENTE					POTÊNCIA INSTANTÂNEA (W)
	GRAUS (Θ)	RADIANOS	SENO (Θ)	Vmáx	Vmáx(SenΘ)	GRAUS (Θ)	RADIANOS	SENO (Θ)	Imáx	Imáx[Sen(Θ)]	{Vmax(SenΘ)}x{Imax[Sen(Θ)]}
0	0	0,0000	0	180	0	0	0,0000	0	10	0,00	0
1	45	0,7854	0,7071	180	127,28	45	0,7854	0,7071	10	7,07	900
2	90	1,5708	1,0000	180	180,00	90	1,5708	1,0000	10	10,00	1800
3	135	2,3562	0,7071	180	127,28	135	2,3562	0,7071	10	7,07	900
4	180	3,1416	0,0000	180	0,00	180	3,1416	0,0000	10	0,00	0
5	225	3,9270	-0,7071	180	-127,28	225	3,9270	-0,7071	10	-7,07	900
6	270	4,7124	-1,0000	180	-180,00	270	4,7124	-1,0000	10	-10,00	1800
7	315	5,4978	-0,7071	180	-127,28	315	5,4978	-0,7071	10	-7,07	900
8	360	6,2832	0,0000	180	0,00	360	6,2832	0,0000	10	0,00	0
POTÊNCIA MÉDIA (ATIVA), em Watts											900

O produto dos gráficos da onda senoidal da tensão, pela onda senoidal da corrente, resulta no gráfico da potência, a seguir:



Observa-se no gráfico que acima do eixo dos graus, no intervalo de um período (0º a 360º), há duas figuras com áreas iguais, e que, a potência máxima é 1800 W, portanto a potência média (ativa) é a média das duas áreas:

P = 1800÷2 = 900 W

12.5 POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E APARENTE EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/CAPACITIVAS

Nos circuitos compostos por cargas capacitivas, a onda senoidal da corrente está adiantada em relação à onda senoidal da tensão.

A potência ativa está associada aos resistores, ela produz calor e realiza trabalho, como por exemplo, produz o torque nas máquinas elétricas, etc.

O capacitor necessita de um outro tipo de potência para funcionar, a potência reativa capacitiva, ela esta associada ao campo elétrico do capacitor, porém não realiza trabalho. A corrente para produzir a potência reativa capacitiva, circula no circuito, entre as cargas capacitivas e a fonte ou entre as cargas capacitivas e as cargas indutivas.

As potências ativa e reativa são componentes de uma outra potência, a potência aparente, portanto no caso de um circuito, com carga resistiva/capacitiva, alimentado por fonte de corrente alternada, tem-se:

- Potência ativa, associada aos resistores, representada pela letra **P**, cuja unidade é o watt **(W).**
- Potência reativa capacitiva, associada aos capacitores, representada pela letra **Qc**, cuja unidade é o volt-ampère-reativo (**var**).
- Potência aparente que é composta pelas potências ativa (P) e reativa capacitiva (Qc), representada pela letra **S**, cuja unidade é o volt-ampère (**VA**).

12.6 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS CAPACITIVOS

O fator de potência é dado pelo cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

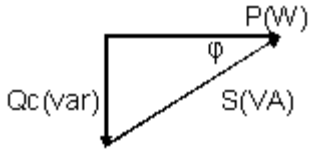
Em circuitos com cargas capacitivas o que produz a defasagem entre a tensão e a corrente é o capacitor, portanto, esta defasagem depende dos valores nominais dos capacitores e de outros componentes resistivos e indutivos.

Quando houver somente capacitor no circuito, a corrente adianta noventa graus (90º) da tensão.

Normalmente os circuitos são compostos por cargas resistivas, capacitivas e indutivas. A defasagem entre a tensão e a corrente, neste caso, pode variar entre zero grau (0º) e noventa graus (90º), dependendo dos valores nominais dos componentes.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS POTÊNCIAS EM CORRENTE ALTERNADA

Em corrente alternada as potências e o fator de potência podem ser representados graficamente, conforme segue:



A potência aparente é dada por:

$$\mathbf{S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})}$$

Onde: S = potência aparente, em volt-ampère (VA); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A).

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:

$$\cos(\varphi) = (P)\div(S)$$

$$P = (S)x[\cos(\varphi)]$$

$$\mathbf{P = (V_{eficaz})x(Ieficaz)x[\cos(\varphi)]}$$

Onde: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

sen(φ) = (Qc)÷(S)

Qc = (S)x[sen(φ)]

$Qc = -(V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[sen(\varphi)]$

Sinal negativo (–): A potência reativa capacitiva é representada com sinal negativo (–).

Onde: Qc = potência reativa capacitiva, em volt-ampére-reativo (var); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

tg(φ) = (Qc)÷(P)

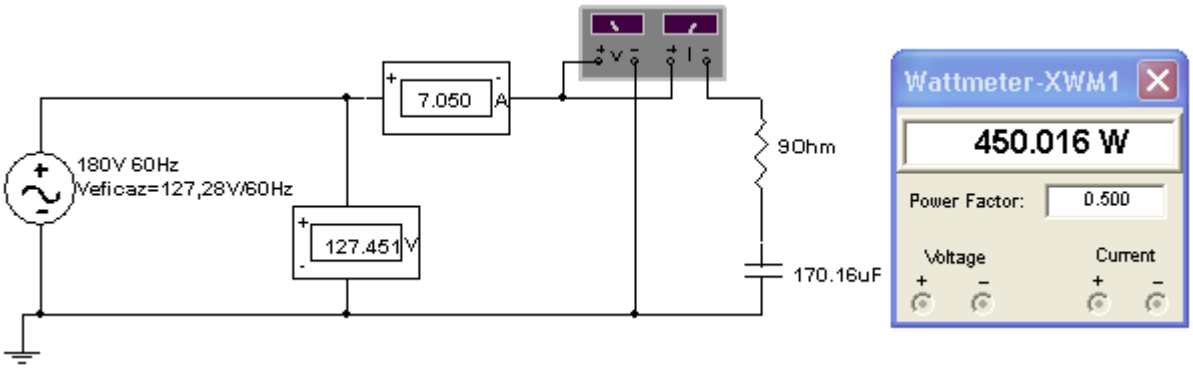
Qc = (P)x[tg(φ)]

P = (Qc)÷[tg(φ)]

$(S)^2 = (P)^2 + (Qc)^2$

Exercício

No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$ = 180 V e V_{eficaz}=127,28V), no amperímetro a corrente eficaz (I_{eficaz}) é 7,038 A, no wattímetro a potência ativa na resistência (P) é 450,016 W e o fator de potência 0,5.



a) A reatância capacitiva é:
jXc=(–j)÷(2π)(f)x(C)
jXc=(–j)÷(2π)(60)x(0,0001702)
jXc=–j15,59Ω

b) A impedância do circuito é:
Z=9–j15,59
Z=18/–60º Ω

c) A corrente máxima no circuito ($I_{máximo}$) é:
$I_{máximo}$ = ($V_{máximo}$)÷(Z), sendo:
$I_{máximo}$ = (180/0º)÷(18/–60º) = 10/+60º A

d) A corrente eficaz no circuito (I_{eficaz}) é:
I_{eficaz} = (V_{eficaz})÷(Z), sendo:
I_{eficaz} = (127,28/0º)÷(18/–60º) = 7,071/+60º A

e) A potência aparente no circuito é dada por:
S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})
S = (127,28)x(7,071) = 900 VA

f) A potência ativa do circuito é dada por:
$P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos(\varphi))$
Fator de potência = 0,5
φ = arco cos(0,5) = 60º
P = (127,28)x(7,071)x(cos(60º)) = 450 W

g) A potência reativa capacitiva é dada por:
$Qc = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(sen(\varphi))$
Qc = (127,28)x(7,071)x(sen(60º)) = 779,42 var

A tabela a seguir apresenta valores da tensão instantânea, da corrente instantânea e da potência, em intervalos de 15º, até completar um período (360º).

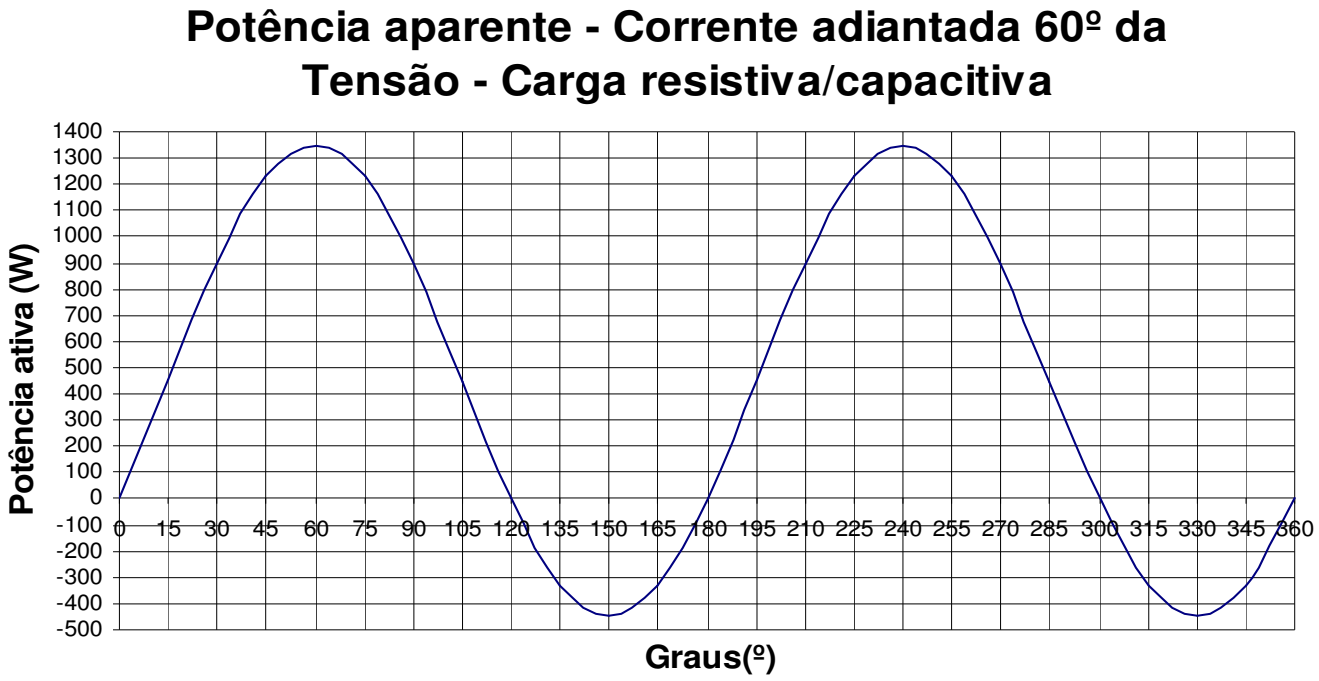
A onda senoidal da corrente está 60º adiantada da onda senoidal da tensão, observa-se que:

a) Em determinados instantes a tensão possui sinal diferente da corrente.

b) Há instantes que a tensão é igual a zero, enquanto a corrente é diferente de zero e vice-versa.

CORRENTE ADIANTADA DA TENSÃO - CARGA RESISTIVA/CAPACITIVA – ângulo da corrente está 60º adiantado do ângulo da tensão.											
Nº	SENÓIDE DA TENSÃO					SENÓIDE DA CORRENTE					POTÊNCIA INSTANTÂNEA (W)
	GRAUS (Θ)	RADIANOS	SENO (Θ)	Vmáx	Vmáx(SenΘ)	GRAUS (Θ+60)	RADIANOS	SENO (Θ)	Imáx	Imáx[Sen(Θ+60)]	{Vmax(SenΘ)}x{Imax[Sen(Θ+60)]}
0	0	0,0000	0	180	0	60	1,0472	0,866	10	8,66	0
1	15	0,2618	0,2588	180	46,59	75	1,3090	0,9659	10	9,66	450
2	30	0,5236	0,5000	180	90,00	90	1,5708	1,0000	10	10,00	900
3	45	0,7854	0,7071	180	127,28	105	1,8326	0,9659	10	9,66	1229
4	60	1,0472	0,8660	180	155,88	120	2,0944	0,8660	10	8,66	1350
5	75	1,3090	0,9659	180	173,87	135	2,3562	0,7071	10	7,07	1229
6	90	1,5708	1,0000	180	180,00	150	2,6180	0,5000	10	5,00	900
7	105	1,8326	0,9659	180	173,87	165	2,8798	0,2588	10	2,59	450
8	120	2,0944	0,8660	180	155,88	180	3,1416	0,0000	10	0,00	0
9	135	2,3562	0,7071	180	127,28	195	3,4034	-0,2588	10	-2,59	-329
10	150	2,6180	0,5000	180	90,00	210	3,6652	-0,5000	10	-5,00	-450
11	165	2,8798	0,2588	180	46,59	225	3,9270	-0,7071	10	-7,07	-329
12	180	3,1416	0,0000	180	0,00	240	4,1888	-0,8660	10	-8,66	0
13	195	3,4034	-0,2588	180	-46,59	255	4,4506	-0,9659	10	-9,66	450
14	210	3,6652	-0,5000	180	-90,00	270	4,7124	-1,0000	10	-10,00	900
15	225	3,9270	-0,7071	180	-127,28	285	4,9742	-0,9659	10	-9,66	1229
16	240	4,1888	-0,8660	180	-155,88	300	5,2360	-0,8660	10	-8,66	1350
17	255	4,4506	-0,9659	180	-173,87	315	5,4978	-0,7071	10	-7,07	1229
18	270	4,7124	-1,0000	180	-180,00	330	5,7596	-0,5000	10	-5,00	900
19	285	4,9742	-0,9659	180	-173,87	345	6,0214	-0,2588	10	-2,59	450
20	300	5,2360	-0,8660	180	-155,88	360	6,2832	0,0000	10	0,00	0
21	315	5,4978	-0,7071	180	-127,28	375	6,5450	0,2588	10	2,59	-329
22	330	5,7596	-0,5000	180	-90,00	390	6,8068	0,5000	10	5,00	-450
23	345	6,0214	-0,2588	180	-46,59	405	7,0686	0,7071	10	7,07	-329
24	360	6,2832	0,0000	180	0,00	420	7,3304	0,8660	10	8,66	0
POTÊNCIA MÉDIA (ATIVA), em Watts.											450

O produto dos gráficos da onda senoidal da tensão, pela onda senoidal da corrente, resulta no gráfico da potência, a seguir:



No gráfico anterior:

1) De 120º a 180º e de 300º a 360º a fonte está absorvendo potência.
2) De 0º a 120º e de 180º a 300º a fonte está fornecendo potência.

Observa-se no gráfico que acima do eixo dos graus, no intervalo de um período (0º a 360º), há duas figuras com áreas iguais, indicando potência positiva máxima de 1350 VA e na parte abaixo do eixo dos graus, duas figuras iguais indicando potência negativa máxima de –450 VA, então:

$P = (1350 – 450)\div(2) = 450$ W

12.7 POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E APARENTE EM CORRENTE ALTERNADA - CARGAS RESISTIVAS/INDUTIVAS

Nos circuitos compostos por cargas indutivas, a onda senoidal da corrente está atrasada em relação à onda senoidal da tensão.

A potência ativa está associada aos resistores, ela produz calor e realiza trabalho, como por exemplo, produz o torque nas máquinas elétricas, etc.

O indutor necessita de um outro tipo de potência para funcionar, a potência reativa indutiva, ela esta associada ao campo magnético do indutor, porém não realiza trabalho. A corrente para produzir a potência reativa indutiva, circula no circuito, entre as cargas indutivas e a fonte ou entre as cargas indutivas e as cargas capacitivas.

As potências ativa e reativa são componentes de uma outra potência, a potência aparente, portanto no caso de um circuito, com carga resistiva/indutiva, alimentado por fonte de corrente alternada, tem-se:

- Potência ativa, associada aos resistores, representada pela letra **P**, cuja unidade é o watt (**W**).
- Potência reativa indutiva, associada aos indutores, representada pela letra $\mathbf{Q_L}$, cuja unidade é o volt-ampère-reativo (**var**).
- Potência aparente que é composta pelas potências ativa (P) e reativa indutiva (Q_L), representada pela letra **S**, cuja unidade é o volt-ampère (**VA**).

12.8 FATOR DE POTÊNCIA [cos(φ)] – CIRCUITOS INDUTIVOS

O fator de potência é dado pelo cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

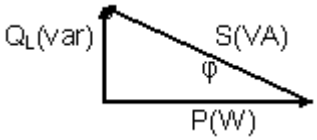
Em circuitos com cargas indutivas o que produz a defasagem entre a tensão e a corrente é o indutor, portanto, esta defasagem depende do valor nominal dos indutores e de outros componentes resistivos e capacitivos.

Quando houver somente indutor no circuito, a corrente atrasa noventa graus (90º) da tensão.

Normalmente os circuitos são compostos por cargas resistivas, capacitivas e indutivas. A defasagem entre a tensão e a corrente, neste caso, pode variar entre zero grau (0º) e noventa graus (90º), dependendo dos valores nominais destes componentes.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS POTÊNCIAS EM CORRENTE ALTERNADA

Em corrente alternada as potências e o fator de potência podem ser representados graficamente, conforme segue:



A potência aparente é dada por:

$$\mathbf{S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})}$$

Onde: S = potência aparente, em volt-ampère (VA); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A).

UTILIZANDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO, TEM-SE:

$$\cos(\varphi) = (P)\div(S)$$

$$P = (S)x[\cos(\varphi)]$$

$$\mathbf{P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[\cos(\varphi)]}$$

Onde: P = potência ativa, em watts (W); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

sen(φ) = (QL)÷(S)

Q_L = (S)x[sen(φ)]

Q_L = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x[sen(φ)]

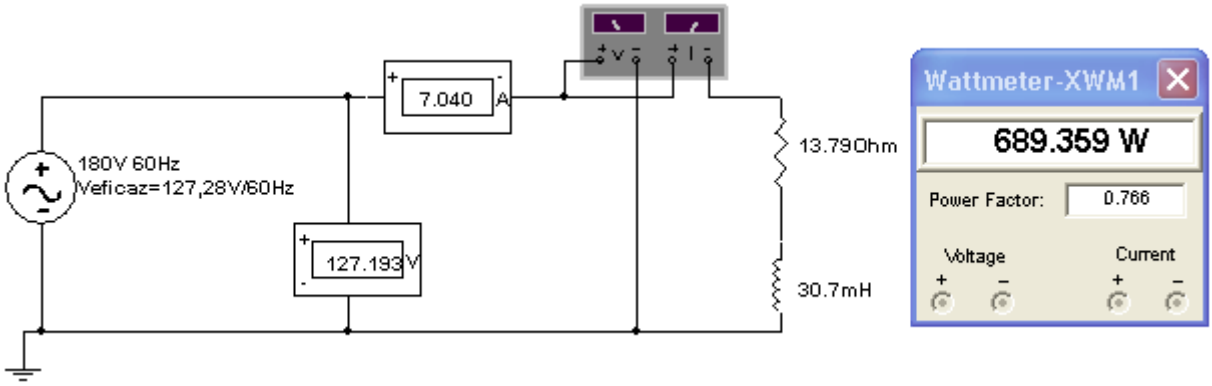
Sinal positivo (+): A potência reativa indutiva é representada com sinal positivo (+).

Onde: Q_L = potência reativa indutiva, em volt-ampére-reativo (var); V_{eficaz} = tensão eficaz, em volts (V); I_{eficaz} = corrente eficaz, em ampères (A); φ=ângulo da defasagem entre a tensão e a corrente, em graus.

tg(φ) = (Q_L)÷(P)
Q_L = (P)x[tg(φ)]
P = (Q_L)÷[tg(φ)]
$(S)^2 = (P)^2 + (Q_L)^2$

Exercício

1) No circuito a seguir, a tensão na fonte é ($V_{máximo}$=180 V e V_{eficaz}=127,28V), no amperímetro a corrente eficaz (I_{eficaz}) é 7,040 A, no wattímetro a potência ativa na resistência (P) é 689,360 W e o fator de potência 0,766.



a) A reatância indutiva é:
jXc=(j)(2π)(f)x(C)
jXc=(j)(2π)(60)x(0,0307)
jXc=+j11,574Ω

b) A impedância do circuito é:
Z=13,79+j11,574
Z=18/+40º Ω

c) A corrente máxima no circuito ($I_{máximo}$) é:
$I_{máximo}$ = ($V_{máximo}$)÷(Z), sendo:
$I_{máximo}$ = (180/0º)÷(18/+40º) = 10/–40º A

d) A corrente eficaz no circuito (I_{eficaz}) é:
I_{eficaz} = (V_{eficaz})÷(Z), sendo:
I_{eficaz} = (127,28/0º)÷(18/+40º) = 7,071/–40º A

e) A potência aparente no circuito é dada por:
S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})
S = (127,28)x(7,071) = 900 VA

f) A potência ativa do circuito é dada por:
$P = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\cos(\varphi))$
Fator de potência = 0,766
φ = arco cos(0,766) = 40º
P = (127,28)x(7,071)x(cos(40º)) = 689,44 W

g) A potência reativa indutiva do circuito é dada por:
$Q_L = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})x(\text{sen}(\varphi))$
Q_L = (127,28)x(7,071)x(sen(40º)) = 578,51 var

A tabela a seguir apresenta valores da tensão instantânea, da corrente instantânea e da potência, em intervalos de 20º, até completar um período (360º).

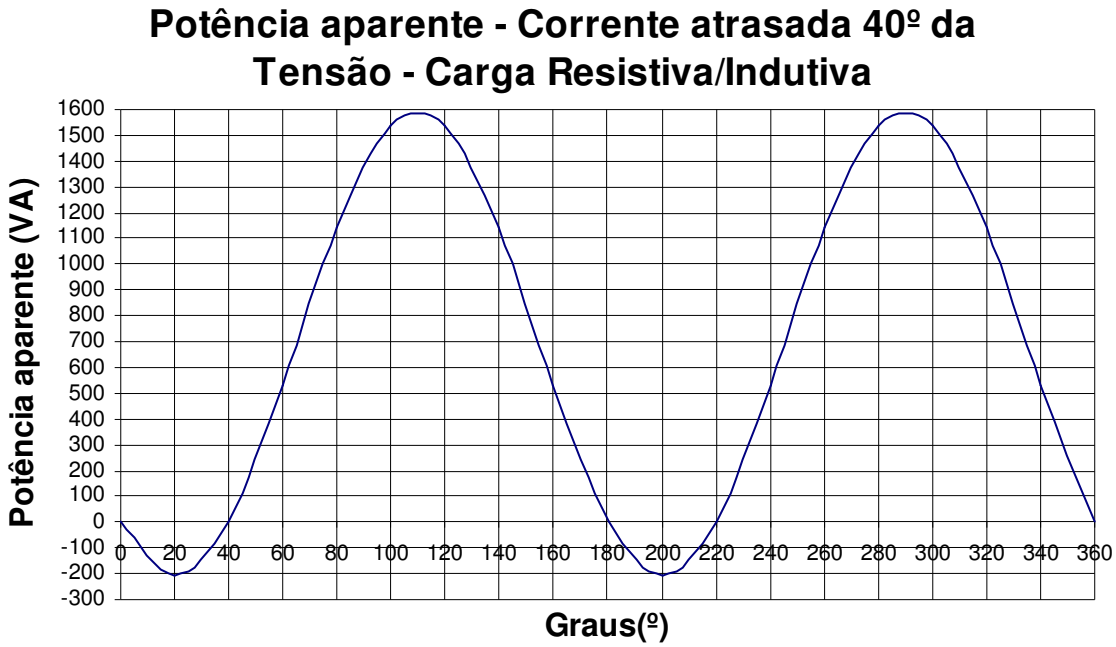
A onda senoidal da corrente está 40º atrasada da onda senoidal da tensão, observa-se que:

a) Em determinados instantes a tensão possui sinal diferente do sinal da corrente.

b) Há instantes que a tensão é igual à zero, enquanto a corrente é diferente de zero e vice-versa.

CORRENTE ATRASADA DA TENSÃO - CARGA RESISTIVA/INDUTIVA – ângulo da corrente está 40º atrasado do ângulo da tensão.											
Nº	SENÓIDE DA TENSÃO					SENÓIDE DA CORRENTE					POTÊNCIA INSTANTÂNEA (W)
	GRAUS (Θ)	RADIANOS	SENO (Θ)	Vmáx	Vmáx(SenΘ)	GRAUS (Θ-40)	RADIANOS	SENO (Θ)	Imáx	Imáx[Sen(Θ-40)]	{Vmax(SenΘ)}x{Imax[Sen(Θ-40)]}
0	0	0,0000	0	180	0	-40	-0,6981	-0,643	10	-6,43	0
1	20	0,3491	0,3420	180	61,56	-20	-0,3491	-0,3420	10	-3,42	-211
2	40	0,6981	0,6428	180	115,70	0	0,0000	0,0000	10	0,00	0
3	60	1,0472	0,8660	180	155,88	20	0,3491	0,3420	10	3,42	533
4	80	1,3963	0,9848	180	177,27	40	0,6981	0,6428	10	6,43	1139
5	100	1,7453	0,9848	180	177,27	60	1,0472	0,8660	10	8,66	1535
6	120	2,0944	0,8660	180	155,88	80	1,3963	0,9848	10	9,85	1535
7	140	2,4435	0,6428	180	115,70	100	1,7453	0,9848	10	9,85	1139
8	160	2,7925	0,3420	180	61,56	120	2,0944	0,8660	10	8,66	533
9	180	3,1416	0,0000	180	0,00	140	2,4435	0,6428	10	6,43	0
10	200	3,4907	-0,3420	180	-61,56	160	2,7925	0,3420	10	3,42	-211
11	220	3,8397	-0,6428	180	-115,70	180	3,1416	0,0000	10	0,00	0
12	240	4,1888	-0,8660	180	-155,88	200	3,4907	-0,3420	10	-3,42	533
13	260	4,5379	-0,9848	180	-177,27	220	3,8397	-0,6428	10	-6,43	1139
14	280	4,8869	-0,9848	180	-177,27	240	4,1888	-0,8660	10	-8,66	1535
15	300	5,2360	-0,8660	180	-155,88	260	4,5379	-0,9848	10	-9,85	1535
16	320	5,5851	-0,6428	180	-115,70	280	4,8869	-0,9848	10	-9,85	1139
17	340	5,9341	-0,3420	180	-61,56	300	5,2360	-0,8660	10	-8,66	533
18	360	6,2832	0,0000	180	0,00	320	5,5851	-0,6428	10	-6,43	0
POTÊNCIA MÉDIA (ATIVA), em Watts											689

O produto dos gráficos da onda senoidal da tensão, pela onda senoidal da corrente, resulta no gráfico da potência, a seguir:



Verifica-se pelo gráfico que:

1) De 20º a 40º e de 180º a 220º a fonte absorve potência.
2) De 40º a 180º e de 220º a 360º a fonte está fornecendo potência.

Observa-se no gráfico que acima do eixo dos graus, no intervalo de um período (0º a 360º), há duas figuras com áreas iguais, indicando potência positiva máxima de 1589 VA e na parte abaixo do eixo dos graus, duas figuras iguais indicando potência negativa máxima de –211 VA, então:

$P = (1589 – 211) \div (2) = 689$ W

Exercício

1) Um motor elétrico monofásico, cujos dados nominais de placa, são:

Potência	Tensão	Freqüência	Fator de potência	Rendimento (η)
2CV	127V/220V	60 Hz	0,75	0,7

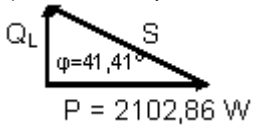
a) Calcular a potência ativa que a fonte fornece ao motor.
A potência da placa do motor é a potência mecânica no eixo.
Para determinar a potência elétrica que a fonte fornece ao motor tem que considerar o rendimento do mesmo, então:
P = (2CV)÷(η)
P = (2CV)÷(0,7) = 2,86 CV

1 CV = 736 W
2,86 CV = X
X = 2102,86 W

P = 2102,86 W

b) A corrente, no motor, está adiantada ou atrasada em relação à tensão? De quantos graus?
Fator de potência = 0,75
φ = arco cosseno 0,75
φ = 41,41º
O motor é composto de bobinas, por isto, é uma carga indutiva, logo a corrente está atrasada 41,41º em relação a tensão.

c) Calcular a potência aparente que a fonte fornece ao motor.

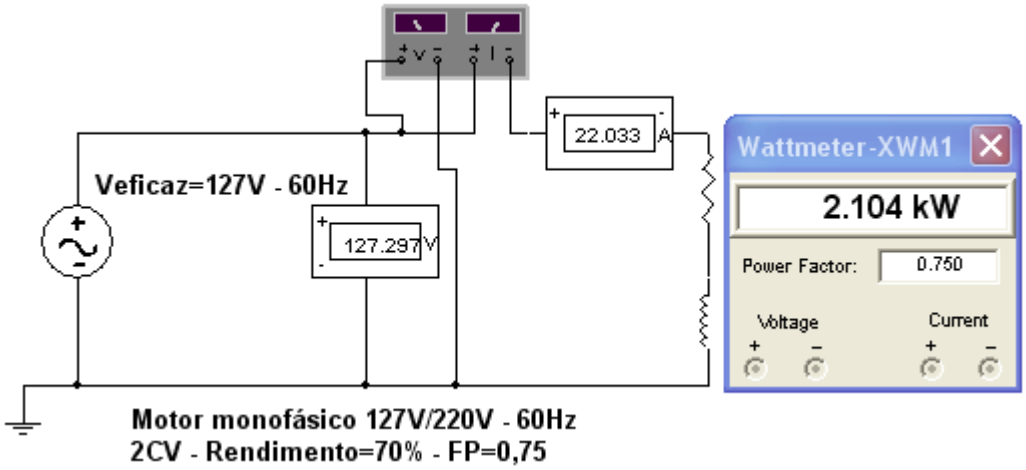


cos(φ) = (P)÷(S)
S = (P)÷[cos(φ)]
S = (2102,86)÷[cos(41,41º)] = 2803,81 VA

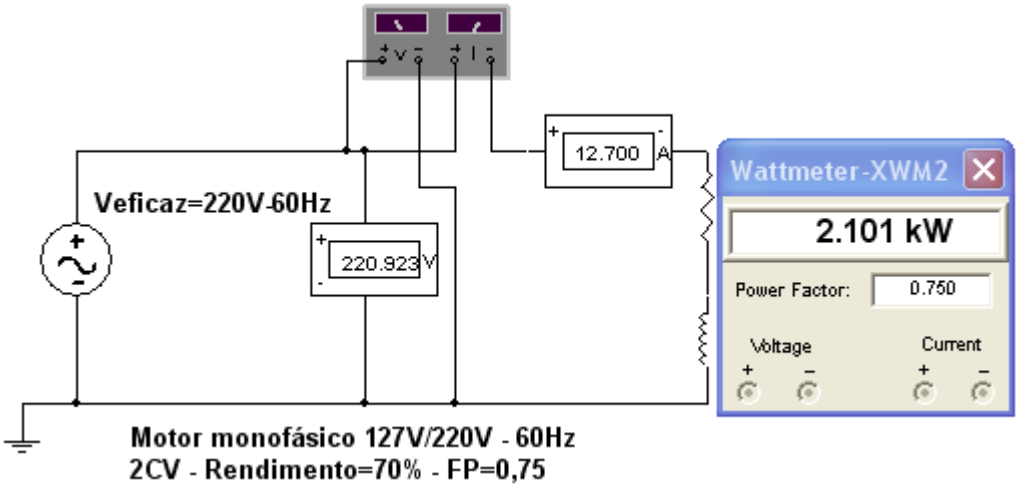
d) Calcular a potência reativa indutiva que a fonte troca com o motor.
tg(φ) = (Q_L)÷(P)
Q_L = (P)x[tg(φ)]
Q_L = (2102,86)x[tg(41,41º)] = 1854,55 var

e) Calcular a corrente que a fonte fornece ao motor, quando o motor estiver ligado em 127V e em 220V.
S = (V_{eficaz})x(I_{eficaz})
I_{eficaz} =(S)÷(V_{eficaz})
$I_{eficaz(127V)}$ =(2803,81)÷(127) = 22,08 A
$I_{eficaz(220V)}$ =(2803,81)÷(220) = 12,74 A

A seguir o circuito simulando o motor, ligado em 127V, com os instrumentos indicando os valores de corrente, tensão, potência ativa e o fator de potência.



A seguir o circuito simulando o motor, ligado em 220V, com os instrumentos indicando os valores de corrente, tensão, potência ativa e o fator de potência.



12.9 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA COM NEUTRO CONECTADO

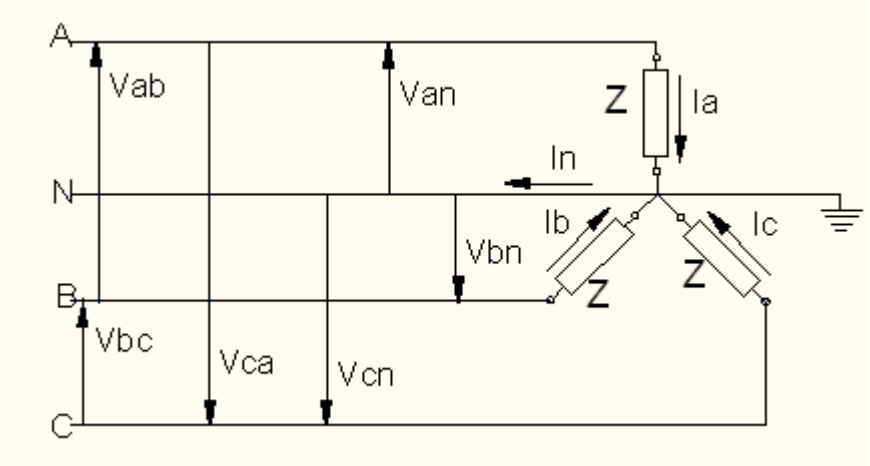
As cargas são desequilibradas quando o módulo das correntes possuem valores diferentes.

Neste caso a corrente no condutor neutro é diferente de zero.

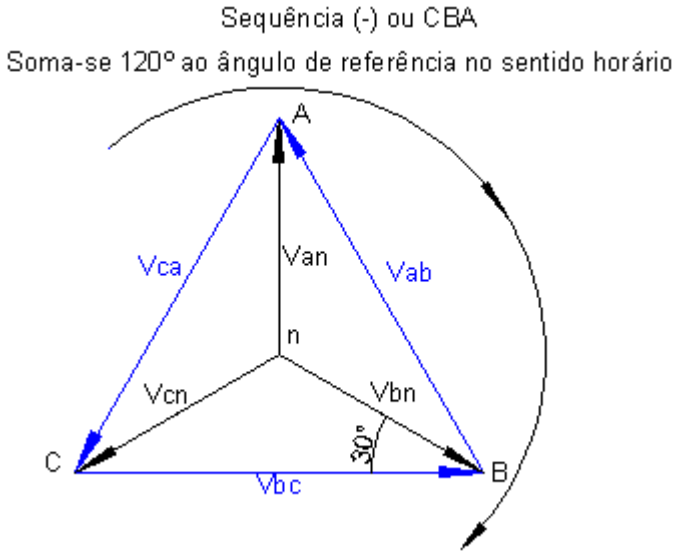
O procedimento para calcular as correntes, a seguir, só é aplicável a cargas desequilibradas ligadas em estrela com o condutor neutro conectado. Para cargas desequilibradas ligadas em estrela sem condutor neutro e sem aterramento conectado, deve-se proceder de outra forma.

Exercício

Uma carga trifásica composta pelas impedâncias Za=10/20º Ω, Zb=20/30º Ω, Zc=10/15º Ω é conectada em estrela, com neutro aterrado, a uma fonte trifásica, cuja tensão de fase Vbn=127/30º V, na seqüência negativa, pede-se:



a) O módulo e os ângulos das outras tensões de fase.



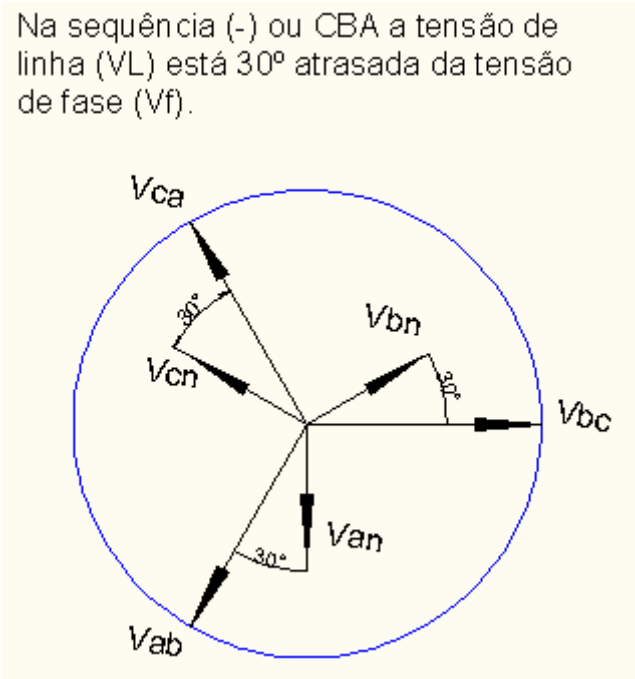
Tendo na referência: Vbn=127/30º V, então:

Vcn=127/30º+120º
Vcn=127/150º V

Van=127/30º+120º+120º
Van=127/270º V

b) O módulo das tensões de linha.
VL = (√3)x(Vf)
VL = (√3)x(127)
VL = 220V

c) O módulo e os ângulos das tensões de linha.



Tendo na referência: Vbn=127/30º V, então:

Vbc=(√3)x(127)/30º-30º V
Vbc=220/0º V

Vca=220/0º+120º V
Vca=220/120º V

Vab=220/0º+120º+120º
Vab=220/240º V

d) As correntes de linha.

Ia = (Van)÷(Za)
Ia = (127/270º)÷(10/20º)=12,7/250º=(-4,34-j11,93) A

Ic = (Vcn)÷(Z)
Ic = (127/150º)÷(10/15º)=12,7/135º=(-8,98+j8,98) A

Ib = (Vbn)÷(Z)
Ib = (127/30º)÷(20/30º)=6,35/0º=(6,35+j0) A

e) A corrente no neutro.

In=Ia+Ic+Ib
In=-6,97-j2,95
In=7,57/-157,06º A

f) A potência aparente trifásica.

Sa = (Van)x(Ia*)
Ia* = conjugado da corrente Ia.
Sa = (127/270º)x(12,7/-250º)
Sa = 1612,9/20º VA
Sa = (1515,63+j551,64)VA

Sb = (Vbn)x(Ib*)
Ib* = conjugado da corrente Ib.
Sb = (127/30º)x(6,35/0º)
Sb = 806,45/30º VA
Sb = (698,41+j403,22)VA

Sc = (Vcn)x(Ic*)
Ic* = conjugado da corrente Ic.
Sc = (127/150º)x(12,7/-135º)
Sc = 1612,9/15º VA
Sc = (1557,94+j417,45)VA

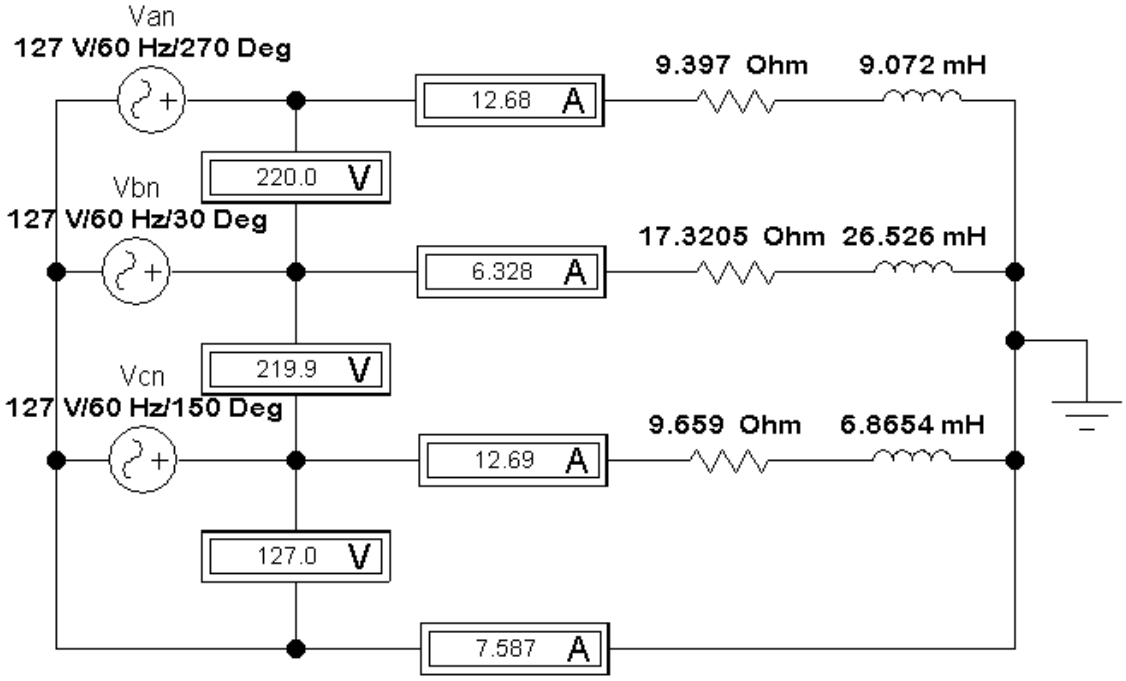
St = Sa + Sb + Sc
St = (1515,63+j551,64)+(698,41+j403,22)+(1557,94+j417,45)
St = (3771,98 + j1372,31)
St = 4013,83/20º VA

g) A potência ativa trifásica.
Pt=3771,98W

h) A potência reativa trifásica.
Qt=+j1372,31 var

i) Fator de potência do circuito.
FP = cosseno do ângulo da potência aparente trifásica (cos20º=0,94 indutivo)

O diagrama elétrico a seguir, com os instrumentos indicando as medidas, a fonte e a carga estão ligadas em estrela, com condutor neutro aterrado.



Exercício proposto

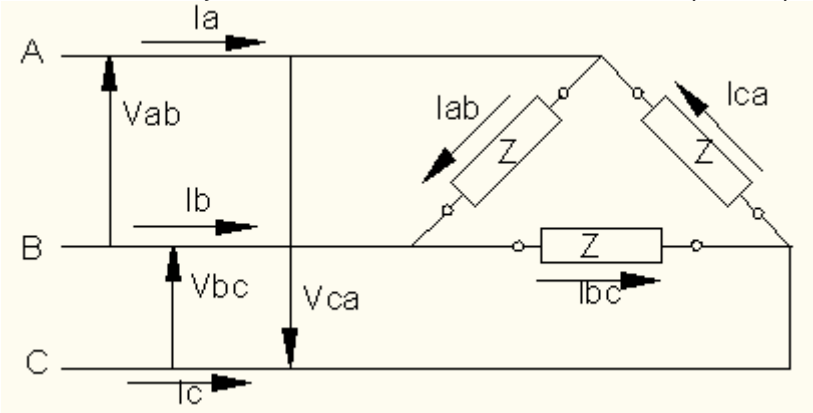
Uma carga trifásica composta pelas impedâncias Za=40/-50º Ω, Zb=100/40º Ω, Zc=120/20º Ω é conectada em estrela, com neutro aterrado, a uma fonte trifásica, cuja tensão de fase Vcn=220/10º V, na seqüência positiva, pede-se:

a) As outras tensões de linha.
b) As correntes de fase.
c) As correntes de linha.
d) O fator de potência.
e) A potência aparente trifásica.
f) A potência ativa trifásica.
g) A potência reativa trifásica.

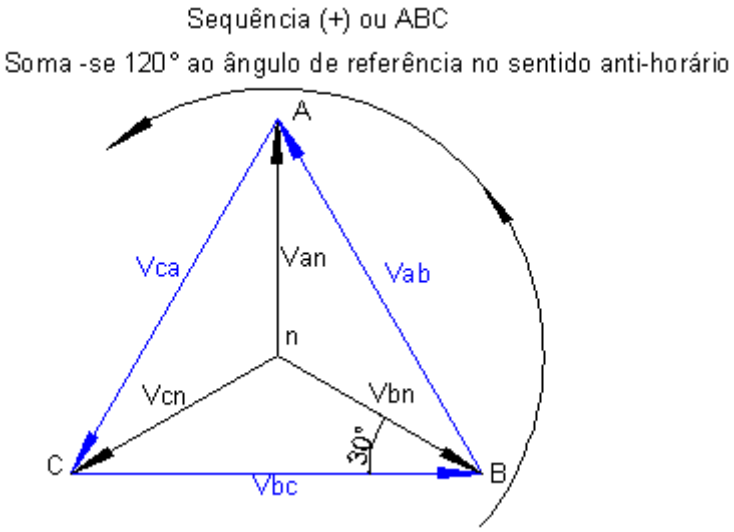
12.10 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM TRIÂNGULO

Exercício

Uma carga desequilibrada de impedâncias Zab=10/20ºΩ, Zbc=20/30ºΩ, Zca=10/15ºΩ é conectada em triângulo a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vab=380/40º V, na seqüência positiva, pede-se:



a) As outras tensões de linha.



Tendo na referência: Vab=380/40º V, então:

Vca=380/40º+120º V
Vca=380/160º V

Vbc=380/40º+120º+120º
Vbc=380/280º V

Na seqüência positiva (ABC) a tensão de linha (VL) está adiantada 30º da tensão de fase (Vf), logo:

Van=219,39/10º V
Vcn=219,39/130º V
Vbn=219,39/250º V

b) As correntes de fase.

Iab = (Vab)÷(Zab)
Iab = (380/40º)÷(10/20º)=38/20º=(35,71+j13) A

Ica = (Vca)÷(Zca)
Ica = (380/160º)÷(10/15º)=38/145º=(-31,13+j21,80) A

Ibc = (Vbc)÷(Zbc)
Ibc = (380/280º)÷(20/30º)=19/250º=(-6,50-j17,85) A

c) As correntes de linha.

Para o nó A:
-Ia-Ica+Iab=0
Ia=Iab-Ica
Ia=(35,71+j13)-(-31,13+j21,80)
Ia=35,71+j13+31,13-j21,80
Ia=66,84-j8,8
Ia=67,42/-7,5º A

Para o nó B:
-Ib-Iab+Ibc=0
Ib=Ibc-Iab
Ib=(-6,50-j17,85)-(35,71+j13)
Ib=-6,50-j17,85-35,71-j13
Ib=(-42,21-j30,85)
Ib=52,28/-143,84º A

Para o nó C:
-Ic-Ica+Ibc=0
Ic=Ica-Ibc
Ic=(-31,13+j21,80)-(-6,50-j17,85)
Ic=-31,13+j21,80+6,50+j17,85)
Ic=-24,63+j39,65
Ic=46,68/121,85º A

d) A potência aparente trifásica.

Sab = (Vab)x(Iab*)
Iab* = conjugado da corrente Iab.
Sab = (380/40º)x(38/-20º)
Sab = 14440/20º VA
Sab = (13569,16+j4938,77)VA

Sca = (Vca)x(Ica*)
Ica* = conjugado da corrente Ica.
Sca = (380/160º)x(38/-145º)
Sca = 14440/15º VA
Sca = (13947,97+j3737,35)VA

Sbc = (Vbc)x(Ibc*)
Ibc* = conjugado da corrente Ibc.

Sbc = (380/280º)x(19/-250º)
Sbc = 7220/30º VA
Sbc = (6252,70+j3610)VA

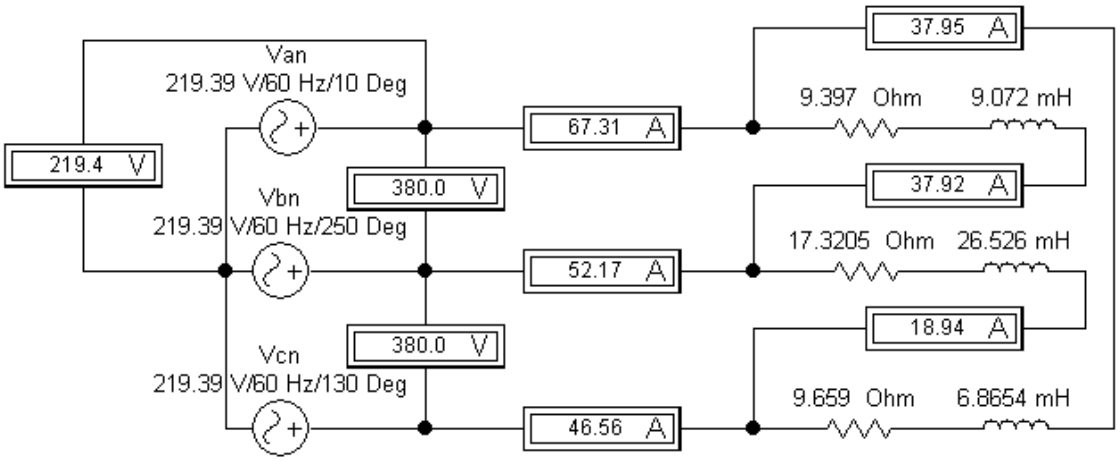
St = Sa + Sb + Sc
St = (13569,16+j4938,77)+(13947,97+j3737,35)+(6252,70+j3610)
St = (33769,83+j12286,12)VA
St = 35935,36/20º VA

e) A potência ativa trifásica.
Pt=33769,83W

f) A potência reativa trifásica.
Qt=+j12286,12 var

g) Fator de potência do circuito.
FP = cosseno do ângulo da potência aparente trifásica (cos20º=0,94 indutivo)

No diagrama elétrico a seguir, com os instrumentos indicando as medidas, a fonte está ligada em estrela e a carga está ligada em triângulo.

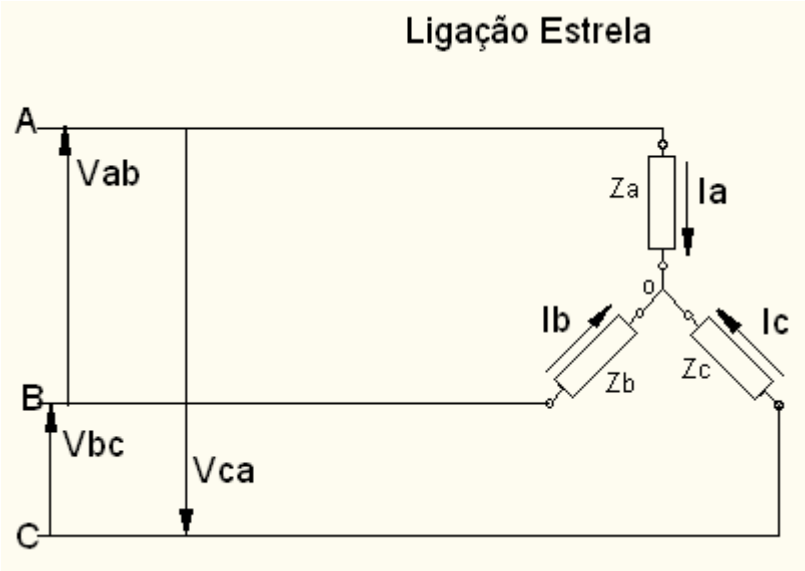


Exercício proposto

Uma carga desequilibrada de impedâncias Zab=60/-30º Ω, Zbc=150/45º Ω, Zca=180/10º Ω é conectada em triângulo a uma fonte trifásica, cuja tensão de linha Vca=440/20º V, na seqüência negativa, pede-se:

a) As outras tensões de linha.
b) As correntes de fase.
c) As correntes de linha.
d) O fator de potência.
e) A potência aparente trifásica.
f) A potência ativa trifásica.
g) A potência reativa trifásica.

12.11 CARGAS DESEQUILIBRADAS – LIGADAS EM ESTRELA – SEM NEUTRO CONECTADO – SEM ATERRAMENTO



UMA DAS FORMAS DE CALCULAR AS CORRENTES É APLICAR AS LEIS DE KIRCHHOFF, OU SEJA:

Eq-1 (Ia)x(Za)-(Ib)x(Zb)-Vab = 0

Eq-2 (Ia)x(Za)-(Ic)x(Zc)+Vca = 0

Eq-3 (Ib)x(Zb)-(Ic)x(Zc)-Vbc = 0

Eq-4 Ia+Ib+Ic =0

Eq-5 Ic = -Ia-Ib

Substituindo a Eq-5 na Eq-2, tem-se:

(Ia)x(Za)-(-Ia-Ib)x(Zc)+Vca = 0

(Ia)x(Za)+(Ia)x(Zc)+(Ib)x(Zc)+Vca = 0

(Ia)x(Za+Zc)+(Ib)x(Zc)+Vca = 0

Eq-6 Ib =[-Ia(Za+Zc)-Vca]÷(Zc)

Substituindo a Eq-6 na Eq-1, tem-se:

(Ia)x(Za)- {[-Ia(Za+Zc)-Vca]÷(Zc)}x(Zb)-Vab = 0

Eq-7 (Ia)x(Za)+[IaZaZb+IaZbZc+ZbVca]÷(Zc)-Vab = 0

Multiplicando a Eq-7 por (Zc), tem-se:

IaZaZc+IaZaZb+IaZbZc+ZbVca – ZcVab = 0

Ia(ZaZc+ZaZb+ZbZc)+VcaZb-ZcVab = 0

Ia(ZaZc+ZbZc+ZcZb)= -VcaZb+VabZc

Ia=[(Vab)(Zc)-(Vca)(Zb)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]

Procedendo-se da mesma forma pode-se determinar:

Ib=[(Vbc)(Za)-(Vab)(Zc)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]

Ic=[(Vca)(Zb)-(Vbc)(Za)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]

Para calcular as tensões nas cargas, faz-se:

Vao=(Ia)(Za)

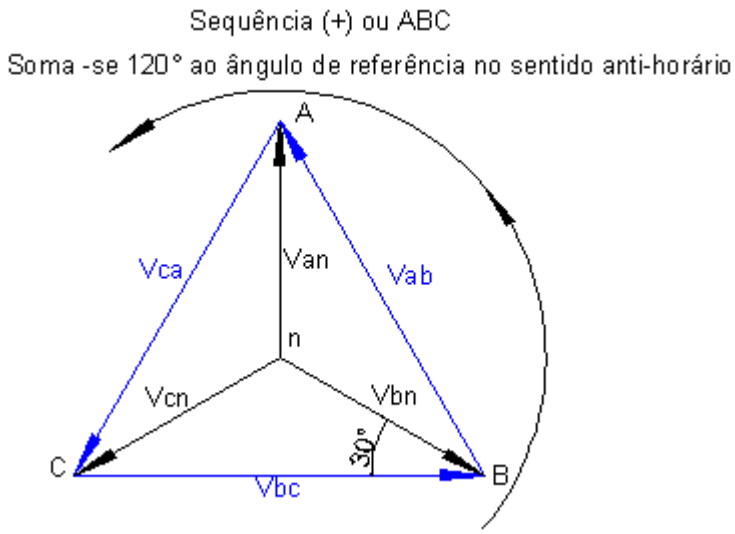
Vbo=(Ib)(Zb)

Vco=(Ic)(Zc)

Exercício

Uma carga trifásica composta pelas impedâncias Za=15/20ºΩ, Zb=30/-40º Ω e Zc=60/80ºΩ é ligada em estrela, sem neutro e sem aterramento, a uma fonte trifásica cuja tensão de fase Van=220/90º V, na seqüência positiva (+), pede-se:

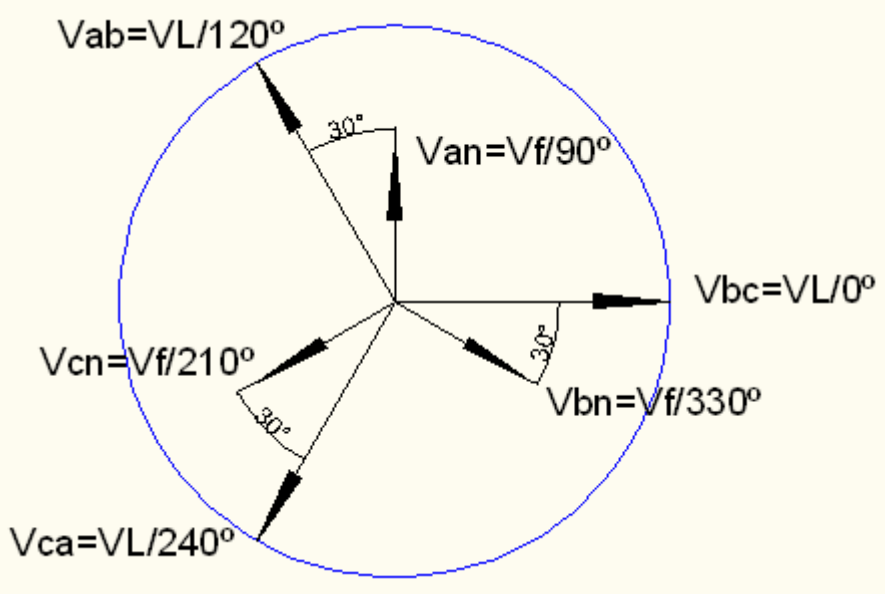
a) As outras tensões de fase



Van=220/90º V
Vcn=220/210º V
Vbn=220/330º V

b) As tensões de linha.

Na seqüência positiva (+) as tensões de linha estão 30º adiantadas das tensões de fase.



Vab=(220)(√3)/90º+30º V
Vab=(381)/120º V

Vca=(220)(√3)/210º+30º V
Vca=(381)/240º V

Vbc=(220)(√3)/330º+30º V
Vbc=(381)/0º V

c) As correntes nas cargas.

Ia=[(Vab)(Zc)-(Vca)(Zb)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]
Ib=[(Vbc)(Za)-(Vab)(Zc)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]
Ic=[(Vca)(Zb)-(Vbc)(Za)]÷[ZaZb+ZaZc+ZbZc]

(Vab)(Zc)=(381/120º)(60/80º)=(22860/200º)=(-21481,373-j7818,580)V
(Vca)(Zb)=(381/240º)(30/-40º)=(11430/200º)=(-10740,687-j3909,290)V
(Vbc)(Za)=(381/0º)(15/20º)=(5715/20º)=(+5370,343+j1954,6451)V

(Za)(Zb)=(15/20º)(30/-40º)=450/-20º=422,862-j136,965
(Za)(Zc)=(15/20º)(60/80º)=900/100º=-156,283+j866,327
(Zb)(Zc)=(30/-40º)(60/80º)=1800/40º=1378,88+j1157,018

(Za)(Zb)+(Za)(Zc)+(Zb)(Zc)=1645,459+j1906,38=2518,297/49,201º

Ia=[(-21481,373-j7818,580)-(-10740,687-j3909,290)]÷[2518,297/49,201º]
Ia=[-10740,686-j3909,29]÷[2518,297/49,201º]
Ia=[11430,17/-160º]÷[2518,297/49,201º]
Ia=4,539/-209,201º=(-3,962+j2,214)A

Ib=[(+5370,343+j1954,6451)-(-21481,373-j7818,580)]÷[2518,297/49,201º]
Ib=[26851,716+j9773,225]÷[2518,297/49,201º]
Ib=[28575/20º]÷[2518,297/49,201º]
Ib=11,347/-29,201º=(9,905-j5,536)A

Ic=[(-10740,687-j3909,290)-(+5370,343+j1954,6451)]÷[2518,297/49,201º]
Ic=[-16111,03-j5863,935]÷[2518,297/49,201º]
Ic=[17145/-160º]÷[2518,297/49,201º]
Ic=6,808/-209,201º=(-5,943+j3,321)A

d) Calcular as tensões nas cargas

Vao=(Ia)(Za)
Vao=(4,539/-209,201º)(15/20º)
Vao=68,085/-189,201º V

Vbo=(Ib)(Zb)
Vbo=(11,347/-29,201º)(30/-40º)
Vbo=340,41/-69,201º V

Vco=(Ic)(Zc)
Vco=(**6,808/-209,201º**)(60/80º)
Vco=408,48/-129,201º V

e) Calcular as potências trifásicas que a fonte fornece à carga.

Sa=(Vao)(Ia*)
Sa=(68,085/-189,201º)(4,539/+209,201º)
Sa=309,04/**+**20º =(290,403+j105,700)VA

Sb=(Vbo)(Ib*)
Sb=(340,41/-69,201º)(11,347/+29,201º)
Sb=3862,63/-40º =(2958,95-j2482,85)VA

Sc=(Vco)(Ic*)
Sc=(**408,48/-129,201º**)(**6,808/+209,201º**)
Sc=2780,93/80º =(482,90+j2738,68)VA

St=Sa+Sb+Sc
St=(3732,253+j361,53)VA
St=3749,722/+5,533ºVA

Pt=3732,253W

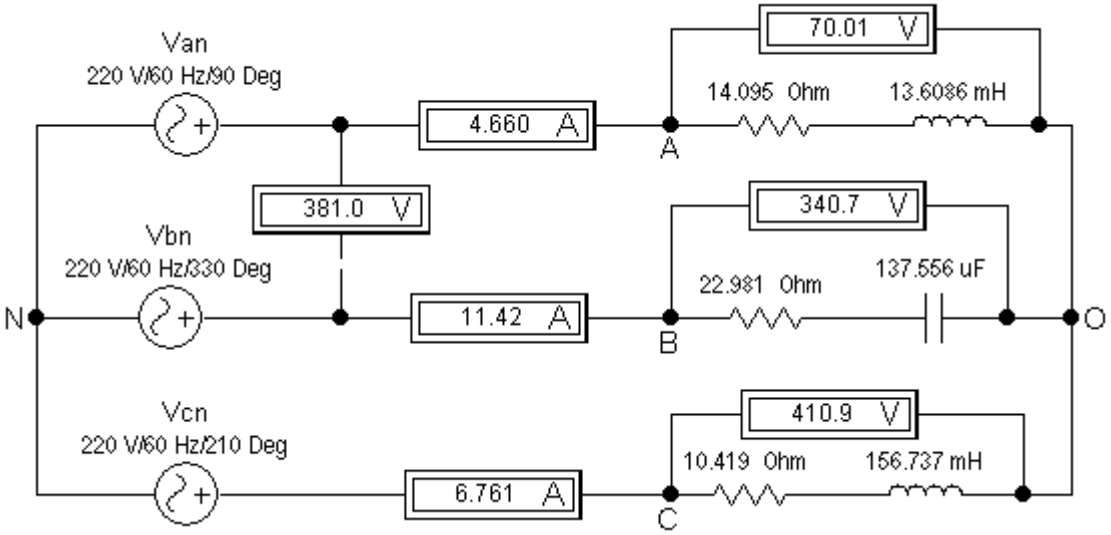
Qt=+j361,53var

f) O fator de potência visto pela fonte trifásica.

FP=cosseno do ângulo da potência trifásica

FP=cos5,533º=0,99 indutivo

A seguir o circuito com os instrumentos indicando as medidas.



Exercício proposto

Uma carga trifásica composta pelas impedâncias Za=5/30ºΩ, Zb=10/-20º Ω e Zc=25/60ºΩ é ligada em estrela, sem neutro e sem aterramento, a uma fonte trifásica cuja tensão de fase Vbn=127/30º V, na seqüência negativa (-), pede-se:

a) As tensões de fase
b) As tensões de linha
c) As correntes nas cargas
d) As tensões nas cargas
e) As potências fornecidas pela fonte trifásica à carga
f) O fator de potência visto pela fonte trifásica

Exercício

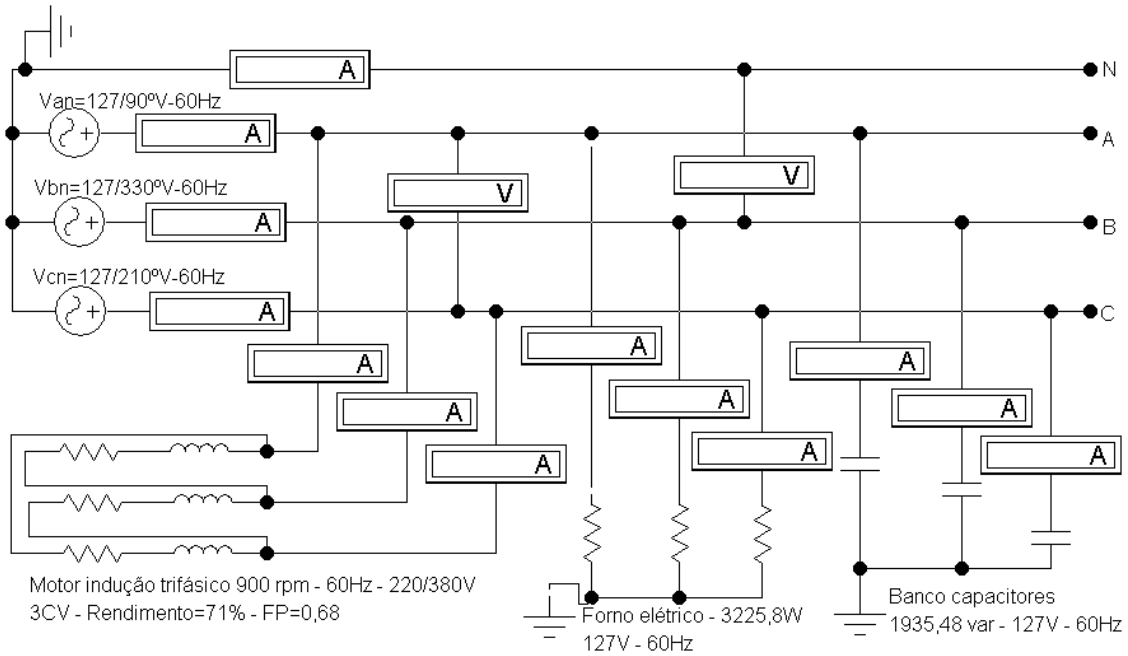
Uma fonte trifásica ligada em estrela sendo Van=127/90º V – 60 Hz, seqüência positiva (+), alimenta as seguintes cargas:

1ª CARGA					
Motor de indução trifásico					
Nº rotações (rpm)	Freqüência (Hz)	Tensão (V)	Potência (CV)	Rendimento (%)	Fator de potência
900	60	220Δ/380Y	3	71	0,68

2ª CARGA		
Forno elétrico trifásico		
Potência (W)	Tensão (V)	Freqüência (Hz)
3225,8	127Y	60

3ª CARGA		
Banco de capacitores trifásico		
Potência (var)	Tensão (V)	Freqüência (Hz)
1935,48	127Y	60

a) Esboçar o diagrama elétrico.



b) Calcular a potência ativa que o motor necessita para carga máxima.
P = (CV)÷(Rendimento)
P = (3)÷(0,71) = 4,225CV
P = (4,225)x(736)=3109,86W

c) Calcular a potência reativa que o motor necessita para carga máxima.
φ=arco cosseno (0,68)=47,156º
QL=(P)(tgφ)
QL=(3109,86)(tg47,156º)=+j4000,17var

d) Calcular o módulo da corrente do motor com carga máxima.
P=√3(VL)(IL)(cosφ)
IL=(P)÷ √3(VL)(cosφ)
IL=(3109,86)÷ √3(220)(0,68)=12 A

e) Calcular o módulo da corrente no forno.
O forno só possui resistência, por isto, consome somente potência ativa e o fator de potência é 1.
P=√3(VL)(IL)(cosφ)
IL=(P)÷ √3(VL)(cosφ)
IL=(3225,8)÷ √3(220)(1)=8,466 A

f) Calcular o módulo da corrente do capacitor.
O capacitor consome somente potência reativa, por isto, o ângulo do fator de potência é 90º
Qc=√3(VL)(IL)(senφ)
IL=(Qc)÷ √3(VL)(senφ)
IL=(1935,48)÷ √3(220)(1)=5,079 A

g) Calcular a potência ativa e reativa que a fonte fornece ao circuito.

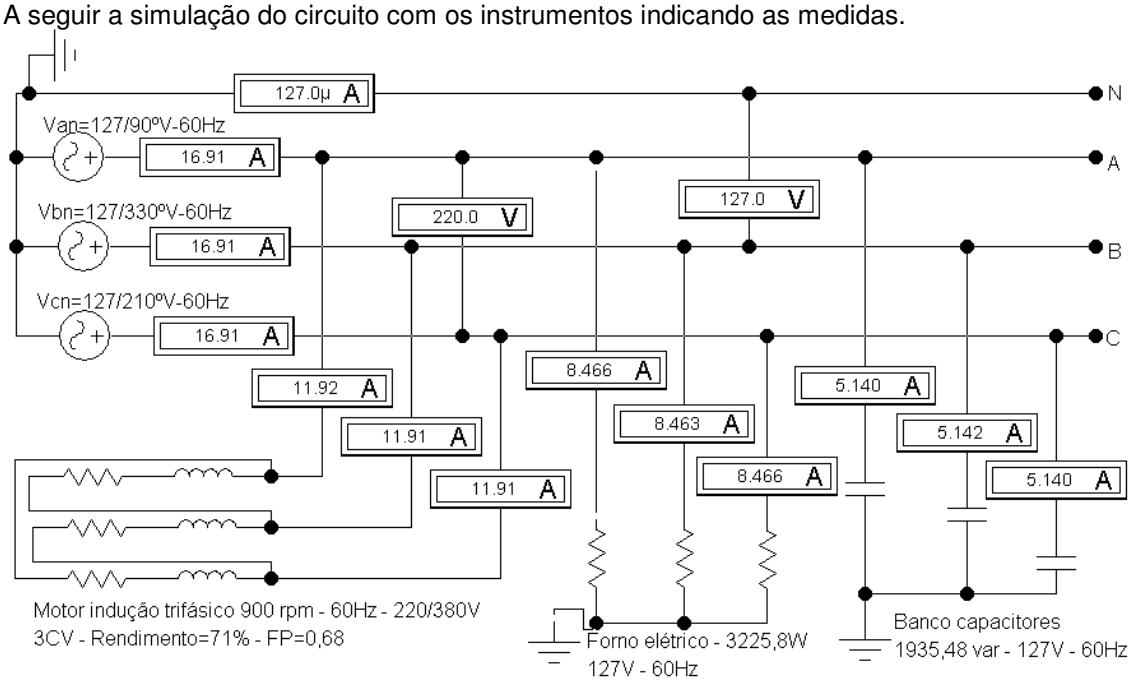
	Potência ativa (W)	**Potência reativa (var)**
Motor	3109,86	j4000,17
Forno	3225,8	0
Capacitor	0	-j1935,48
Potência aparente (VA)	**6335,66**	**j2064,69**

S=6663,60/<u>18,05º</u> VA

h) Calcular o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito.
S=√3(VL)(IL)
IL=(S)÷ √3(VL)
IL=(6663,60)÷ √3(220)=17,49 A

i) O fator de potência visto pela fonte.
FP=cos18,05º=0,95 indutivo

A seguir a simulação do circuito com os instrumentos indicando as medidas.



Exercício proposto

Uma fonte trifásica ligada em estrela sendo Vbn=127/+30º V – 60 Hz, seqüência negativa (-), alimenta as seguintes cargas:

1ª CARGA					
Motor de indução trifásico					
Nº rotações (rpm)	Freqüência (Hz)	Tensão (V)	Potência (CV)	Rendimento (%)	Fator de potência
1800	60	220Δ/380Y	5	76	0,85

2ª CARGA		
Forno elétrico trifásico		
Potência (W)	Tensão (V)	Freqüência (Hz)
3000	127Y	60

3ª CARGA		
Banco de capacitores trifásico		
Potência (var)	Tensão (V)	Freqüência (Hz)
4500	127Y	60

a) Calcular a potência ativa que o motor necessita para carga máxima.
b) Calcular a potência reativa que o motor necessita para carga máxima.
c) Calcular o módulo da corrente do motor com carga máxima.
d) Calcular o módulo da corrente no forno.
e) Calcular o módulo da corrente do capacitor.
f) Calcular a potência ativa e reativa que a fonte fornece ao circuito.
g) Calcular o módulo da corrente que a fonte fornece ao circuito.
h) O fator de potência visto pela fonte.

REFERÊNCIAS

EDMINISTER, Joseph A. **Circuitos Elétricos**, tradução de Sebastião Carlos Feital. Editora McGraw-HILL DO BRASIL, LTDA – SP – 5ª reimpressão., 1978.

HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. **Física II, Volume 1,** tradução de Rogério Catarino Trajano da Costa. 2 edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. – RJ., 1979.

HAYT, Jr. William H. KEMMERLY, Jack E. **Analise de Circuitos em Engenharia**, tradução de José Rubens Dória Porto. Editora McGraw-HILL DO BRASIL, LTDA – SP., 1979.

MELLO, Hilton Andrade de. INTRATOR, Edmond. **Dispositivos Semicondutores**. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. – RJ., 1981.

NUSSBAUM, Allen. **Comportamento eletrônico e magnético dos materiais**, tradução Adnei Melges de Andrade. Editora Edgard Blucher Ltda. Editora da Universidade de São Paulo. – SP., 1971.

SILVA, Filho. Matheus Teodoro da. **Fundamentos de Eletricidade**, 2007. Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. – RJ.

Circuitos elaborados com o software de simulação EWB 5.12, Eletronics WORKBENCH.

Circuitos elaborados com o software de simulação multiSIM, Product Presentations & Demos, Eletronics WORKBENCH.